ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Л. Г. Гаспарян

# ОБЩАЯ ФИЗИКА

(Конспекты для студентов ЕГФ)

Нижний Новгород
2010

Важнейшим достижением человеческого гения
является то, что человек может понять вещи,
которые уже не в состоянии вообразить.
*Л.Ландау*

Наука – как искусство понимать Природу.

# ВВЕДЕНИЕ

***Предмет физики. Единица измерения. Физическая модель***

Физика - одна из важнейших фундаментальных наук, закономерности и результаты которой находят наиболее частое применение в других областях естественных наук.

**Наука – это особая сфера духовной, а именно интеллектуальной деятельности человека и человечества, целью которой является выработка достоверного знания об окружающей нас действительности.**

Развитие науки происходит по схеме, представленной на рис. 1.

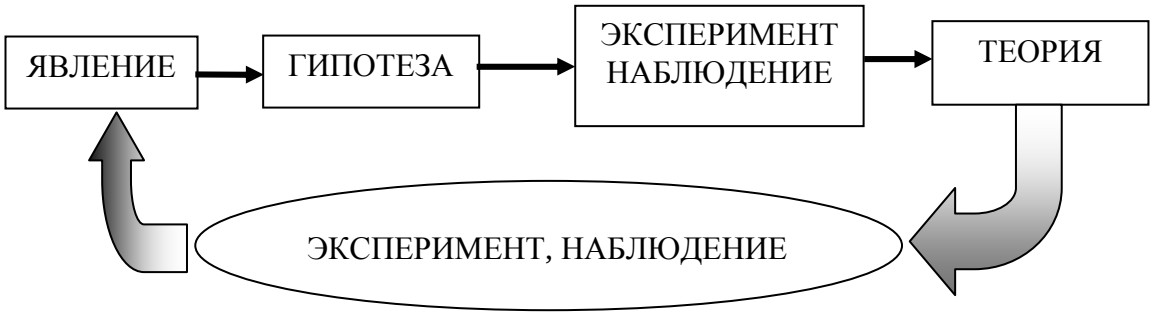



Рис.1

Всякое исследование (в том числе физическое) начинается с *открытия* (иногда совершенно случайного) или *наблюдения*, т. е. обнаружения физических явлений, которые пытаются каким-то образом объяснить. Эти объяснения, изначально являющиеся лишь *гипотезами*, в дальнейшем проверяются многочисленными *экспериментами* и после подтверждения результатами этих опытов превращаются в проверенные *теории*. Подтвержденные теории открывают новые возможности для более глубокого и всестороннего изучения данного явления, которое преподносит нам новые открытия, иногда требующие новых объяснений, носящих опять-таки характер гипотезы. И такой процесс проверки, дополнения и уточнения теории, углубления знания может продолжаться до бесконечности, т. к. процесс познания не имеет предела.

Существует 3 способы познания:

1. Наблюдением за окружающим миром (в том числе используя разнообразную технику);
2. Размышлением, который иногда приводил к неправильным выводам и противоречию (был распространен в Древней Греции);
3. Экспериментируя и проверкой гипотез и теорией.

С методологической точки зрения в научной познании важное значение имеют *анализ* и *синтез*.

***Анализ*** − (от гр. *анализис* − разложение, расчленение, «разложить по полочкам», дробление) − метод научного исследования, состоящий в мысленном или фактическом разложении целого на составные части. Изучая и открывая закономерности более простых составных частей целого, в последствии можно обобщать эти результаты при помощи синтеза.

***Синтез*** − (от гр. синтезис − соединение, сочетание, составление) метод научного исследования какого-либо предмета, явления, состоянии в познаний его как единого целого, в единстве и взаимной связи его частей: обобщение, соединение.

Изначально физикой (происходит от древнегреческого слова «physis» - «природа») называлась всякая наука о Природе: в ту эпоху не существовало современного разделения научного знания на отдельные отрасли. Недаром знаменитый древнегреческий мыслитель, наставник Александра Великого, Аристотель (IV в. до н. э.) свое энциклопедическое сочинение назвал «Физикой». Этот фундаментальный труд содержал все имевшиеся к тому времени сведения о природе (знания по геометрии, астрономии, земледелию, медицине, ботанике и т. д.). Таким образом, первоначально физика включала в себя все естественные науки, которые потом со временем выделились из физики и составили отдельные отрасли науки. Сейчас под **физикой** подразумевается **наука о наиболее простых и вместе с тем наиболее общих свойствах и закономерностях материального мира: о существующих формах материи и ее строении, о взаимодействии различных форм материи и их движении** (механические, тепловые, электромагнитные, гравитационные, атомные, ядерные и др. процессы). Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая и др.) присутствуют во всех высших и более сложных формах движения материи (химических, биологических и др.). Поэтому они, будучи наиболее простыми, являются в то же время наиболее общими формами движения материи. Под существующими формами материи подразумеваются фундаментальные и элементарные частицы (кварки, электроны, протоны, нейтроны и др.), совокупность небольшого числа этих частиц (атомы, ионы, молекулы), физические тела (твердые тела - кристаллы, жидкости, газы и т.д.), физические поля (гравитационные, электромагнитные и др.).

Поэтому **физика основа других наук**.

Помимо этого, физика позволяет нам:

- Лучше изучать и понять другие науки;
- Иметь достоверное представление об окружающем мире и правильное мировоззрение;
- Иметь полезные, практические знания (примеры, кипятильник, зарядка фотоаппарата, колба под Солнцем и др.).

Иными словами, **физика изучает закономерности взаимодействия в неживой природе** (граница между живым и неживым, по видимому, проводится весьма резко благодаря огромному объему информации заложенному в каждом живом объекте, так что нет основании считать это деление искусст-

венным). В современной физике все эти взаимодействия сводятся к четырем типам **фундаментальных взаимодействий**. Это **гравитационное, электромагнитное, сильное** и **слабое взаимодействия**.

1. **Гравитационное взаимодействие** присуще всем без исключения физическим телам и частицам, проявляясь в виде сил всемирного тяготения (силы гравитации). Однако из-за малости масс элементарных частиц оно в микромире несущественно (хотя может быть существенным при колоссальных энергиях ~$10^{22}$*Мэв*, которые соответствуют сверхмалым расстояниям ~$10^{-35}$*м*).
2. **Электромагнитное взаимодействие**, в основе которого лежит связь с электромагнитным полем, характерно для всех элементарных частиц или физических тел, которые имеют электрические заряды. Оно, в частности, ответственно за существование атомов и молекул (электроны на орбите вокруг ядра удерживаются кулоновскими силами, которые ~$10^{40}$ раза превосходит силы тяготения).
3. **Сильное (ядерное) взаимодействие** обусловливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и действует на малых расстояниях порядка размеров ядра ($10^{-13}$*см*). Радиус их действия ~$10^{-15}$*м*. В микромире сильное взаимодействие в среднем ~100 раз превышает электромагнитное взаимодействие, в $10^{14}$ раз – слабое и $10^{39}$ раз – гравитационное.
4. **Слабое взаимодействие** – наиболее медленное из всех взаимодействий, протекающих в микромире. Оно ответственно за взаимодействие частиц в некоторых процессах распада ($\beta$ − распад, $\mu$ − распад). Радиус их действия ~$10^{-19}$*м*.

Чтобы обнаруживать и изучать закономерности физики, необходимо установить удобные физические величины.

**Физическая величина – характеристика одного из свойств физического объекта (**физической системы, явления или процесса**), общая в качественном отношении многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальная для каждого объекта.**

Совокупность наименований (названий) физических величин (**терминов**) называется **терминологией**, которая для каждой отдельной области науки или отраслей производства может быть своя (например, оптическая терминология, медицинская терминология и т.д.). Создание специфической терминологии оправдано тем, что в ходе развития науки и техники (а этот процесс в какой-то мере стихийный) одна и та же физическая величина получила не одно наименование, имела не один термин, а несколько (термины-синонимы) и наличие терминов-синонимов у физических величин серьезно затруднял научное общение ученых разных стран.

В отличие от математических величин, физические величины могут быть не только скалярами и векторами, но, и иметь единицы измерения или быть безразмерными (рис.2). Кроме этого, физические векторы отличаются

от математических векторов тем, что кроме величины и направления вектора, имеют еще и *точку применения* физического вектора.

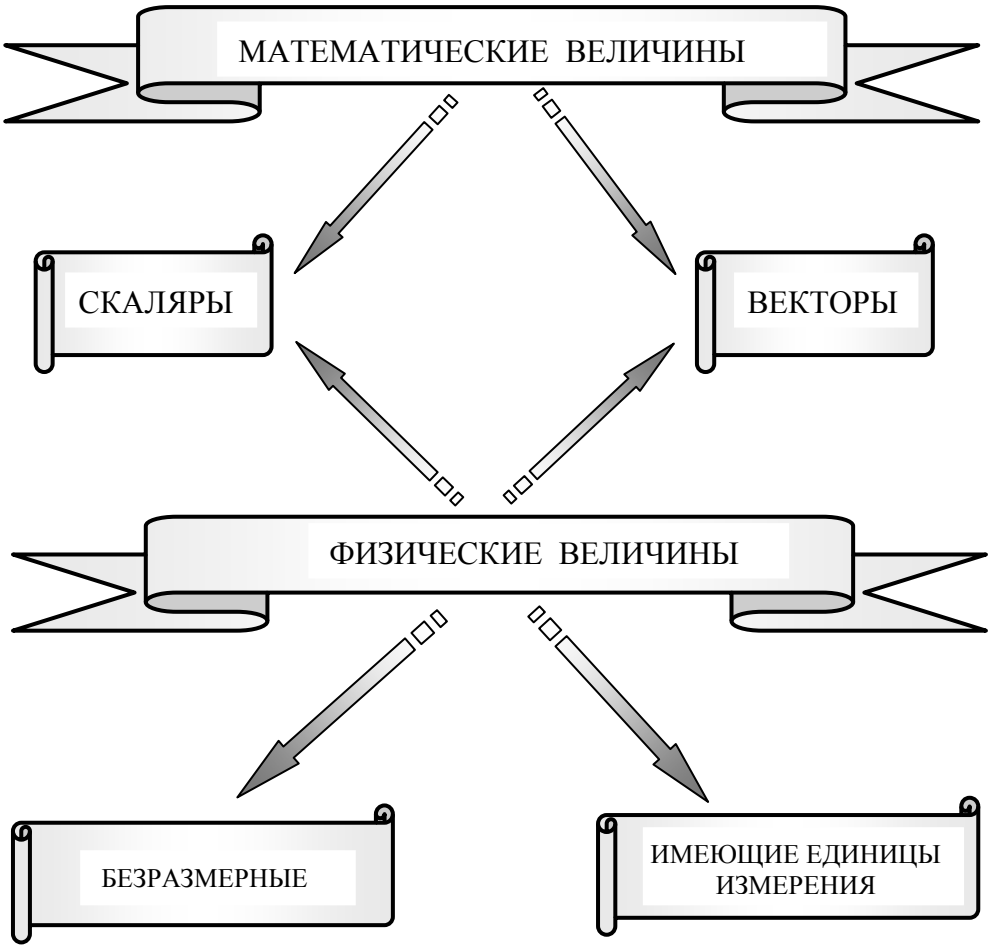



Рис.2

Определяя численные значения физических величин во время эксперимента, можно найти определенные связи между ними. Для этого необходимо во время таких экспериментов провести измерения нужных физических величин. Чтобы измерить физические величины, надо сначала выбрать **единицу измерения**. **Единица измерения физической величины - физическая величина фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное 1, и применяемая для количественного выражения однородных физических величин.**

Единицы измерения могут выбираться произвольно и независимо друг от друга, но для удобства выбирают некоторые **основные единицы измерения**. Остальные же единицы измерения, как производные, выводятся из законов и формул, связывающих эти величины и их единицы с основными физическими величинами. Некоторые производные единицы для удобства имеют собственные название, например единица измерения силы, определяемая из второго закона динамики ($1кг{\cdot}м/с^2$), называется **ньютоном** (Н).

**Таблица 1. Международная система единиц (СИ)**

| № | Наименование величины | Наименование единицы | Определение единицы |
|---|---|---|---|
| Основные единицы | | | |
| 1 | Длина | метр (м) | Длина пути, проходимого светом в вакууме за 1/299792458 с |
| 2 | Масса | килограмм (кг) | Масса, равная массе международного прототипа кг. (платиноиридиевого цилиндра, хранящего в международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа) |
| 3 | Время | секунда (с) | Время, равное 9192 631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 |
| 4 | Сила тока | ампер (А) | Сила постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2\ 10^{-7}$ Н на каждый метр длины |
| 5 | Термодинамическая Температура | кельвин (К) | 1 / 273,16 часть термодинамической температуры тройной точки воды ($0^{o}$ по Цельсии) |
| 6 | Количество вещества | моль (моль) | Количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в углероде ${}^{12}_{6}C$ массой 0,012 кг. |
| 7 | Сила света | кандела (кд) | Сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540\ 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которой в этом направления составляет 1 / 683 ВТ / ср. |
| Дополнительные единицы | | | |
| 1 | Плоский угол | радиан (рад) | Угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу |
| 2 | Телесный угол | стерадиан (ср) | Телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы . |

Совокупность основных и производных единиц измерений составляет **систему единиц**. В настоящее время утверждена и обязательна к применению Международная система единиц измерения, так называемая Система Интернациональная (***СИ***), куда входят 7 основных и 2 дополнительных единицы (см. табл.1)[1].

**Размерность физических величин** – это выражение физических величин в основных единицах измерения. **В полученных закономерностях и соотношениях размерность обеих частей физических равенств должна быть одинаковой.** Это помогает составить правильную формулу или проверить её, а иногда глубже уяснить физический смысл формул.

Например, из закона Бойля − Мариотта для изотермических газовых процессов: $pV=const$ при $T=const$ $[pV]=(Н/м^2)м^3=Н\cdot м=Дж$, вытекает, что *для данной массы газа при T=const давление газа p изменяется обратно пропорционально объему V.* Но из размерности выражения $[pV]$ видно более глубокий физический смысл этого закона: *при изотермических процессах внутренняя энергия газа остается неизменной.*

В экспериментах получают различные соотношения и связи между физическими характеристиками. Часто это прямые или обратные пропорциональные соотношения, от которых, воспользовавшись коэффициентами пропорциональности, можно перейти к равенству. Выбор коэффициента пропорциональности зависит от системы единиц измерения.

**В физической формуле коэффициент пропорциональности можно принимать равным единице, если по этой формуле устанавливается единица измерения хотя бы для одной из физических величин, входящих в данную формулу.**

**Если же все физические величины, входящие в данную формулу, уже имеют единицы измерения (установленные по другим физическим соотношениям), то коэффициент пропорциональности нельзя выбирать произвольно** (в частности, приравнять 1). В этом случае численное значение коэффициента определяется опытным путем. Так, во втором законе динамики ($F=ma$) единица измерения силы определяется именно из этого соотношения ($1\ Ньютон=1кг\cdot 1м/с^2$), поэтому здесь коэффициент пропорциональности можно принимать равной единице. В законе гравитации или в законе Кулона (§6.2) все физические величины, входящие в эти соотношения, в *СИ* уже имеют единицы измерения, определенные из других формул, поэтому там коэффициенты пропорциональности определяются опытным путем[2].

При рассмотрении различных физических задач используют различные физические модели.

---

[1] В 1889-1960гг единицей длины (метр) служил эталон из платиново-иридиевого сплава, равный $10^{-7}$ части половины Парижского меридиана, проходящий через Нотр-Дам де Пари (Собор Парижской Богоматери).

[2] Заметим, что в системе единиц СГСЭ единица измерения заряда устанавливается именно по формуле Кулона, поэтому в этой системе единиц коэффициент пропорциональности в формуле Кулона принимается $k=1$.

**Физическая модель –** упрощенная и абстрактная имитация реального процесса или объекта, которая, отвлекаясь и не рассматривая второстепенные и «мешающие» факторы, тем не менее сохраняет суть эксперимента. Такое представление реального явления облегчает решение задач и обычно дает результаты, которые удовлетворительно применяются на практике.

Примеры физических моделей:

- **Материальная точка** – тело, обладающее массой, размерами которого *в данной задаче* можно пренебречь. Заметим, что одно и то же тело в одних задачах можно рассматривать как материальную точку, а в иных задачах это недопустимо. Если исследуется движение Земли вокруг Солнца, то в таких задачах и Землю и Солнце можно представить как материальную точку, так как их размеры гораздо меньше расстояния между ними. А в задачах, где рассматривается движение тел на поверхности Земли или используется вращение Земли вокруг своей оси, пренебрегать размерами Земли нельзя и недопустимо представлять Землю как материальную точку.
- **Абсолютно твердое тело** – тело, которое ни при каких условиях не деформируется и при любых взаимодействиях расстояние между любыми его двумя точками (двумя частицами) остается постоянным.
- **Точечный заряд** – такие заряженные тела или частицы, размеры которых малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, с которыми они взаимодействуют. На рис.3 схематически показано, в каких случаях электрические заряды можно считать точечными, а в каких случаях – нет.

Рис. 3

- Примером моделирования процессов может служить изучение движения физических тел без трения и сопротивления или колебания **математического маятника**, а также процессы, протекающие в **идеальном газе.**

<u>*Отличие физики от других наук*</u>: например, от истории. В обеих науках мы пытаемся анализировать события, ситуации, рассматривая их причины и следствия. Но в истории определенная последовательность исторических событий происходит только один раз. Не имеет смысла восстанавливать историю, например, предполагая, что Александр Македонский не умер в молодом возрасте, или каким было бы исход войны 1812г., если Кутузов повернул свое войско не на юг от Москвы, а на север, или при Сталинградском битве победили не мы, а немцы. В физике же эксперименты обычно можно многократно повторять, изменяя его условия. (исключение, пожалуй, составляют часть астрофизических наблюдений).

## ПОЛЕЗНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

$\frac{\partial \cdots}{\partial t}$ ⟹ Скорость, темп изменения данной величины в течении времени,

$\frac{\partial \cdots}{\partial x}$ ⟹ Изменение данной величины в направлении $x$,

*градиент* $gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$

$\frac{\partial \cdots}{\partial S}$ ⟹ Поток данной величины через площадь $S$

$\frac{\partial \cdots}{\partial V}$ ⟹ Плотность в объеме $V$

Из закона Ньютона

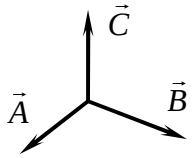
$$a \sim \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m}, \text{ но не } m \sim \frac{F}{a}, \text{ а } m = \frac{F}{a}$$

$(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A}\vec{B} = AB \cdot \cos(A \hat{} B)$ Скалярное умножение векторов

$\vec{C} = [\vec{A} \cdot \vec{B}]$

$C = AB \cdot \sin(A \hat{} B)$

Векторное умножение векторов



# Гл. 1 М Е Х А Н И К А

Никаким количеством экспериментов
доказать теорию нельзя,
но достаточно одного,
чтобы ее опровергнуть
Эйнштейн

***Материей*** *в широком смысле слова называется все, что объективно существует независимо от человеческого сознания в природе (Вселенной) и может быть обнаружено человеком посредством органов чувств или с помощью специальных приборов.*

Неотъемлемым свойством материи является **движение**, под которым следует понимать все изменения и превращения материи, все процессы, протекающие в природе. Таким образом, все объективно существующее представляет собой различные формы существования и движения материи.

Простейшим видом движения материи является **механическое движение**, закономерности которого изучает раздел физики под названием **механика**.

**Механика** − часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие эти движения.

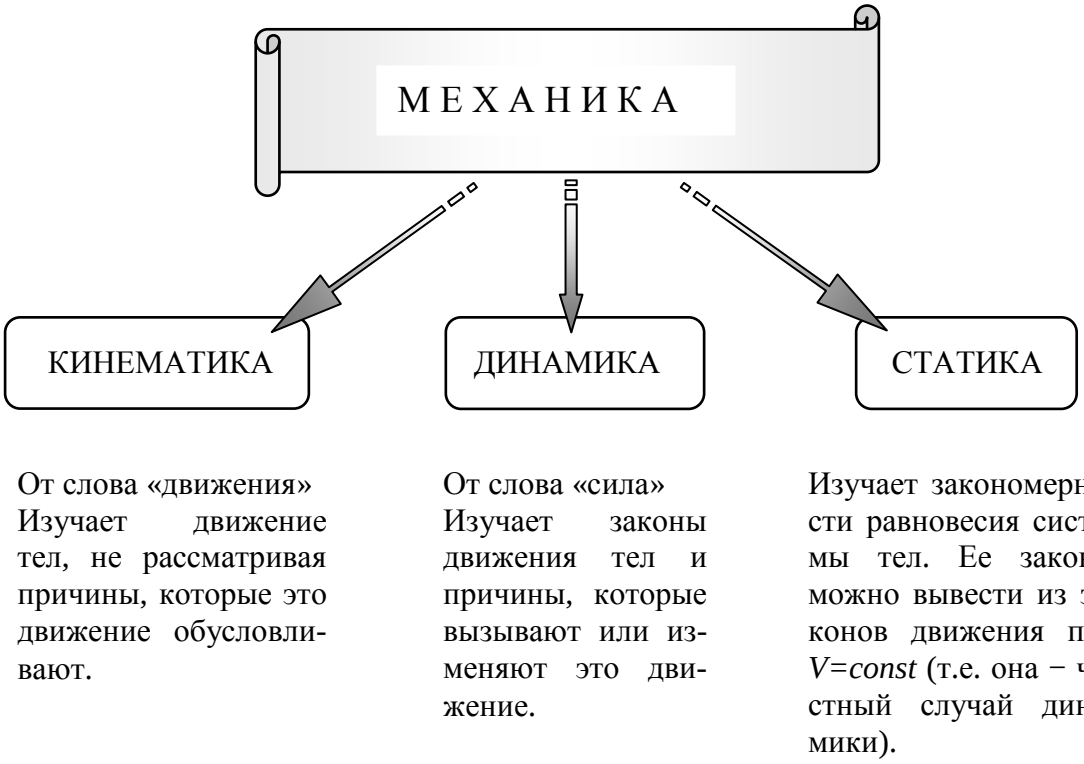



Рис. 1

Раздел механики, изучающий движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обуславливают, называется **кинематикой** (от грече-

ского слово «движение»). Раздел механики под названием **динамика** (от греческого слова «сила») изучает законы движения тел и *причины*, которые вызывают или изменяют это движение (рис.1).

**Механическое движение** – это изменение взаимного расположения тел или их частей с течением времени. Механическое движение всегда *относительно*.

**Классическая механика** – это механика Галилея − Ньютона, которая изучает движение макроскопических тел, у которых скорость движения $\upsilon$ гораздо меньше скорости света $c$ ($\upsilon << c$). Когда $\upsilon \sim c$, их изучает **релятивистская механика**, а для описания движения микроскопических тел применяются законы **квантовой механики**.

Любое движение можно представить как комбинацию двух движений: поступательных и вращательных.

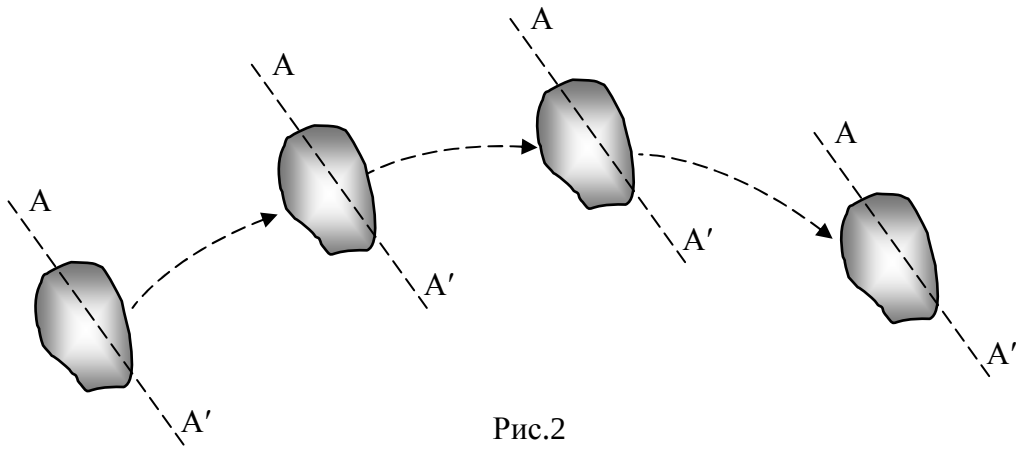



Рис.2

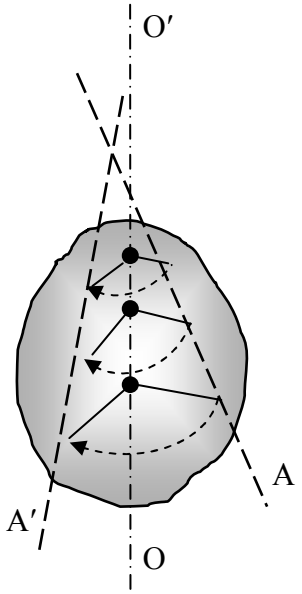



Рис.3

При **поступательном движении** *любая прямая*, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению (рис.2).

При **вращательном движении** все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения** (линия OO′ на рис.3). Заметим, что при вращательном движении тоже существует *определенная категория линий*, которые во время вращения остаются параллельными своему первоначальному положению. Это те линии, которые параллельны оси вращения.

## *§ 1. Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела*

Движение физических тел (или материальных точек) происходит в пространстве и во времени. Любое перемещение тела относительно, поэтому, чтобы описать его, надо изучить и выбрать **систему отсчета** – совокупность системы координат и часов, в отношении которой происходит изменение положения тел в течение времени. Такой наиболее часто используемой системой является декартова система координат, где оси координат взаимно перпендикулярны. Положение любой точки *A* в данный момент времени характеризуется тремя координатами *x*, *y* и *z* или радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из начала системы координат в данную точку (рис 4).

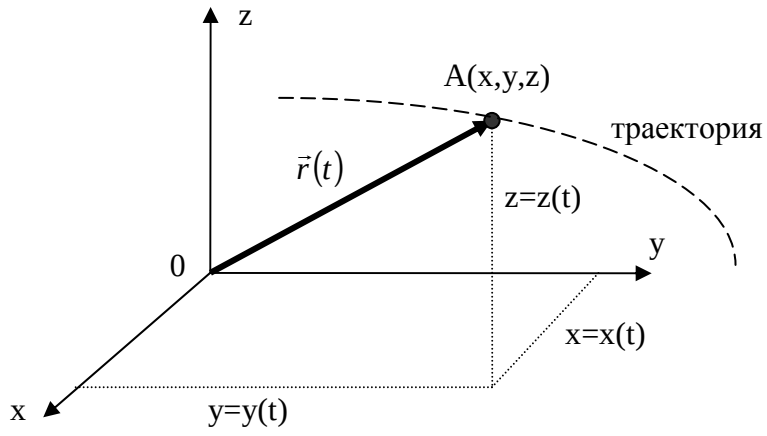



Рис. 4

Функции зависимости координат от времени: *x=x(t); y=y(t); z=z(t)* или $\vec{r} = \vec{r}(t)$, называются **кинематическими уравнениями движения** материальной точки.

**Траектория** движения материальной точки – линия, описываемая этой точкой в пространстве, – может быть **прямолинейной** или **криволинейной**.

При движении материальной точки вдоль произвольной траектории, длина участка траектории *AB*, пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени (когда она находилась в положении *A* и характеризовалась радиус-вектором $\vec{r}_0(t)$), называется **длиной пути** $\Delta s$ и является скалярной функцией времени: $\Delta s = \Delta s(t)$ (рис.5). Вектор $\Delta\vec{r}(t) = \vec{r}(t) - \vec{r}_0(t)$, проведенный из начального положения движущейся точки в ее положение *B* в данный момент времени (характеризующийся

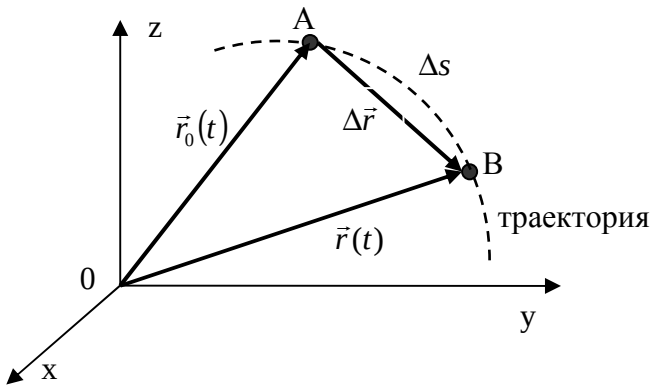



Рис. 5

радиус-вектором $\vec{r}(t)$), называется **перемещением.** Иными словами, векторная величина *перемещение* – это *приращение* радиус-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени.

Для количественной характеристики движения тела вводится понятие скорости движения. В обыденной жизни под **скоростью** понимают путь, проходимый телом или частицей за единицу времени. Если за равные, сколь угодно малые промежутки времени тело проходит одинаковые пути, движение тела называют **равномерным**. В этом случае скорость, которой обладает тело в каждый момент времени, можно вычислить, разделив путь *s* на время *t*. Если тело движется прямолинейно и не меняет направление движения, то путь движения $\Delta s$ и модуль перемещения $|\Delta r|$ совпадают $|\Delta r| = \Delta s$. Тогда движение тела можно характеризовать средней скоростью (средняя путевая скорость), которая является скалярной величиной: $\upsilon_{cp} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ отсюда следует, что единица измерения скорости *метр в секунду (м/с).*

В физике под скоростью понимают векторную величину, характеризующую не только быстроту перемещения тела по траектории, но и направление, в котором движется это тело в каждый момент времени, поэтому существует и другое определение средней скорости – средняя скорость перемещения, которая является векторной величиной.

Под **средней скоростью перемещения** $\vec{\upsilon}_{cp}$ понимают отношение перемещения $\Delta\vec{r}$, пройденного телом или материальной точкой, к промежутку времени $\Delta t$, за которой этот путь пройден: $\vec{\upsilon}_{cp} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Для неравномерного и криволинейного движения $\vec{\upsilon}_{cp}$ не всегда позволяет определить, даже приблизительно, реальные скорости на пути движения. Например, когда тело, двигаясь криволинейно, возвращается в исходное положение, то у него $\vec{\upsilon}_{cp}$ =0, так как его перемещение $\Delta\vec{r}$ =0, но средняя путевая скорость $\upsilon_{cp} \neq 0$, так как путь движения $\Delta s \neq 0$. Такое двоякое определение средней скорости приводит к тому, что в каждом конкретном случае следует различать эти два определения средней скорости и точно знать, о какой из них идет речь в данной задаче.

Но существуют задачи, для решения которых средняя скорость недостаточна и вводится понятие мгновенной скорости, которое характеризует движение тела в данной точке траектории и в данный момент времени. **Мгновенная скорость** ($\vec{\upsilon}$) в любой точке траектории есть вектор, направленный по касательной к траектории, а по модулю равный пределу средней скорости перемещения при стремлении промежутка времени к нулю.

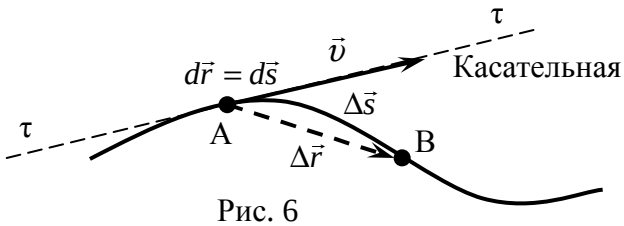


Рис. 6

Мгновенная скорость

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{\upsilon}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Модуль скорости равен производной пути по времени:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \left|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

Из рис. 5 видно, что всегда $\Delta s \geq \Delta r$, но при $\Delta t \to 0$, $\Delta r \to \Delta s$ и $dr = ds$ (рис.6). По этому из определения мгновенной скорости находим, что $ds = \upsilon(t) \cdot dt$ или $s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t) \cdot dt$. При прямолинейном и равномерном движении ($\vec{\upsilon}$ =const) длина пути $s = \upsilon(t_2 - t_1) = \upsilon \cdot \Delta t$, а координаты, например, $x = x_0 + \upsilon_x \Delta t$, где $\upsilon_x$ - проекция скорости на оси $x$. Аналогично определяются и координаты $y = y_0 + \upsilon_y \Delta t$ и $z = z_0 + \upsilon_z \Delta t$.

**Ускорение** – физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и по направлению (рис.7). Здесь определяют **среднее ускорение** ($\vec{a}_{cp}$) как отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, и **мгновенное ускорение** ($\vec{a}$) как предел среднего ускорения при $\Delta t \to 0$, т.е. производной скорости по времени.

$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}$ и $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$, отсюда следует, что ускорение выражается в *метрах на секунду в квадрате (м/с²)*.

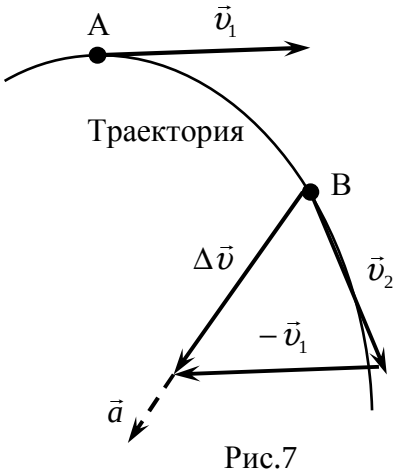


Рис.7

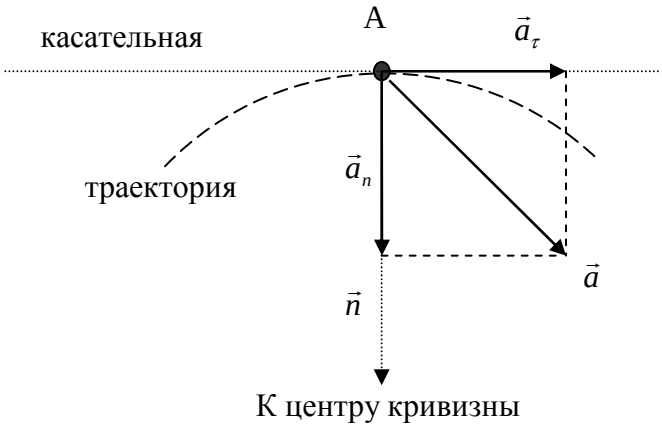


Рис. 8

Целесообразно раскладывать вектор ускорения на две составляющие, одна из которых направлена по касательной к траектории и называется **касательным** или **тангенциальным ускорением** ($\vec{a}_\tau$), а другая – по нормали к траектории и называется **нормальным** или **центростремительным ускорением** ($\vec{a}_n$) (рис. 8). Ускорение и его составляющие связаны между собой очевидными соотношениями: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ и $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

$\vec{a}_\tau$ - **тангенциальное ускорение**, направленное по касательной, определяет **быстроту изменения модуля скорости**. Его модуль равен производной модуля скорости по времени или второй производной пути по времени, $a_\tau = d\upsilon / dt$ (рис.9).

$\vec{a}_n$ - **нормальное (центростремительное) ускорение** характеризует **изменение скорости по направлению. Оно** направлено к центру кривизны

вдоль радиуса кривизны в данной точке траектории ($\vec{a}_\tau \perp \vec{a}_n$). Модуль нормального ускорения $a_n = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_n}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R}$, где $R$ -радиус кривизны. Действительно, при $\Delta t \to 0$, $B \to A$ (рис.10), траекторию можно принять как окружность с радиусом $R$. $\Delta S = AB$ и из $\Delta AOB \sim \Delta DAE$ имеем $\frac{\Delta \upsilon}{AB} = \frac{\upsilon_1}{R}$, но $AB = \Delta S = \upsilon \cdot \Delta t$, тогда $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon \cdot \upsilon_1}{R}$ так как при $\Delta t \to 0$, $\upsilon_1 \to \upsilon$.

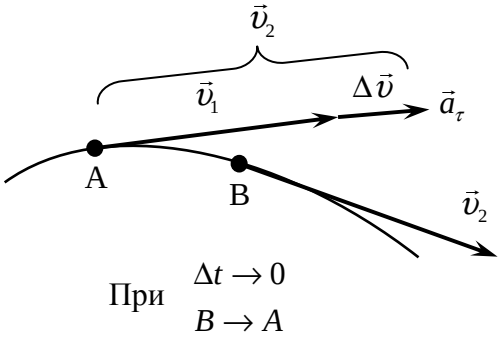



Рис.9

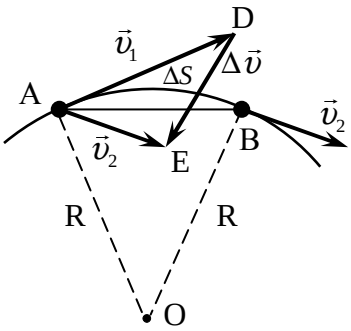



Рис. 10

В табл.1 представлены виды движения в зависимости от различных значений тангенциальных и нормальных ускорений, а на рис.11 − графики зависимости пути $s$, скорости $\upsilon$ и ускорения $a$ от времени $t$ при равноускоренном движении без начальной скорости (*а*), $\upsilon_0=0$) и с начальной скоростью (*б*), $\upsilon_0 \neq 0$).

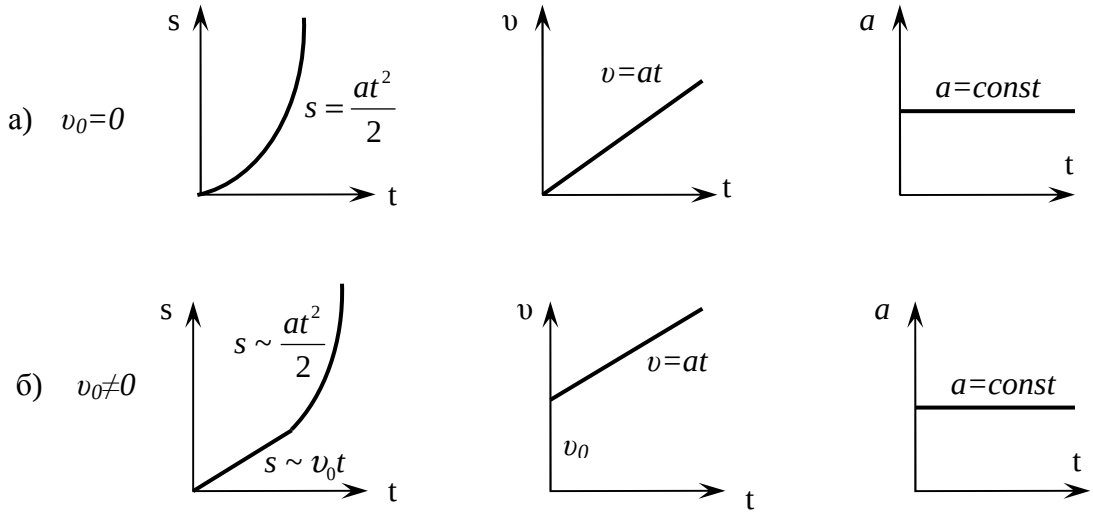



Рис.11

**Таблица 1. Виды движения**

| № | Полное ускорение $\vec{a}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$ | |
|---|---|---|
| 1 | $a_\tau=0$; $a_n=0$ | Прямолинейное, равномерное движение<br>$\vec{\upsilon}=const$, длина пути $s=\int_{t_1}^{t_2}\upsilon\cdot dt=\upsilon\cdot\Delta t$ |
| 2 | $a_\tau=a=$const;<br>$a_n=0$ | Прямолинейное, равнопеременное движение<br>$\vec{a}_\tau=a=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{t_2-t_1}$, если $t_1=0$, $\upsilon_1=\upsilon_0$, то $\upsilon=\upsilon_o+at$<br>$s=\int_0^t\upsilon\cdot dt=\int_0^t(\upsilon_o+at)\cdot dt=\upsilon_o\cdot t+\frac{at^2}{2}$ |
| 3 | $a_\tau=a_\tau(t)$; $a_n=0$ | Прямолинейное движение с переменным ускорением<br>$\upsilon=\int_{t_1}^{t_2}a_\tau(t)\cdot dt=\upsilon(t)$, $s=\int_0^t\upsilon(t)\cdot dt$ |
| 4 | $a_\tau=0$;<br>$a_n=$const | Равномерное движение по окружности,<br>скорость по модулю не меняется ($d\upsilon=0$),<br>$a$ меняется по направлению,<br>из $a_n=\upsilon^2/R$ следует, что $R=const$ |
| 5 | $a_\tau=0$; $a_n\neq0$ | Равномерное, криволинейное движение |
| 6 | $a_\tau=$const;<br>$a_n\neq0$ | Криволинейное, равнопеременное движение |
| 7 | $a_\tau=a_\tau(t)$; $a_n\neq0$ | Криволинейное движение с переменным ускорением |

## *§2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела*

### 2.1. Основные законы динамики (Ньютон, 1687г.)

**I закон Ньютона (закон инерции). Всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.**[3]

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инерцией**. Количественной мерой инерции или **инертности** тела (или материи в любом ее виде) является его **масса** $m$ (инертная масса). Существует также и **гравитационная масса**, определяющая гравитационные свойства физических тел. Сейчас экспериментально доказано (с точностью ~ $10^{-12}$), что инертная и гравитационная массы равны

[3] На практике надо учитывать и силы трения, и силы сопротивления и другие подобные силы: чтобы машина двигалась равномерно, надо чуть-чуть пригазить.

друг другу, поэтому в дальнейшем мы не будем их разграничивать (о другом проявлении массы поговорим в 2.8).

Системы отсчета, в которых выполняется I закон Ньютона, называются **инерциальными**. Таким образом, I закон Ньютона утверждает *существование инерциальных систем отсчета*.

**Все инерциальные системы отсчета равноправны**: механические явления в них протекают одинаково и законы движения (и не только законы движения) для всех таких систем отсчета имеют одинаковую форму. А это означает, что никакими механическими опытами внутри данной инерциальной системы отсчета нельзя установить, покоится ли она или движется с $\vec{\upsilon}$=const (*принцип относительности Галилея – Ньютона (1636г)*). 1905г. Эйнштейн обобщил этот принцип и для явлений любой природы. Примером инерциальной системы отсчета можно считать *гелиоцентрическую* (*звездную*) систему отсчета. По меньшей мере, инерциальной можно считать систему отсчета, связанную с Землей (хотя она вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца, но эти центростремительные ускорения очень малы − $0{,}03 м/с^2$ и $0{,}001 м/с^2$ соответственно).

Система отсчета, движущаяся с *ускорением* относительно инерциальных систем, является *неинерциальной* (пример: лифт, движущийся с ускорением).

За счет взаимодействия с другими телами тело приобретает ускорение $\vec{a}$. Количественной мерой взаимодействия тел является **сила**.

**Сила ($\vec{F}$) – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры**.

Сила наглядно обозначается стрелкой и, как векторная величина, характеризуется **величиной** (модуль вектора = длина стрелки), **направлением** и **точкой приложения.**

**<u>II закон Ньютона.</u> Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом) пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).**

$\vec{a} \sim \vec{F}$ (при $m=const$) и $\vec{a} \sim \frac{1}{m}$ (при $\vec{F}=const$), тогда

$$\vec{a} \sim \frac{\vec{F}}{m} \quad \longrightarrow \quad \vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m}.$$ В системе *СИ* $k=1$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \vec{a} \cdot m = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \qquad (1)$$

**Импульс тела (количества движения) $\vec{p}$ – это произведение массы тела $m$ на скорость его движения $\vec{\upsilon}$.**

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon} \qquad (2)$$

В классической механике считается, что масса тела не зависит от скорости ($m=const$). Поэтому дифференциальная форма II закона Ньютона форму-

лируется как− **скорость (быстрота) изменения импульса тела определяется действующей на это тело внешней силой** (определение Ньютона):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \qquad (3)$$

Единица силы (*Ньютон*) в СИ определяется из II закона Ньютона:

*1Ньютон (1Н) =(1кг 1м / 1с$^2$)*.

**1 Ньютон** − это такая сила, которая сообщает *массе 1кг ускорение 1м/с$^2$* в направлении действия силы.

Выражение (3) называется также **уравнением движения материальной точки.**

Фактически I закон динамики вытекает из II закона динамики (при $\vec{F}$ =0, $\vec{a}$ тоже равняется нулю), но из-за важности (I закон утверждает существование инерциальных систем отсчета, в которых выполняется II закон) он остается как самостоятельный закон.

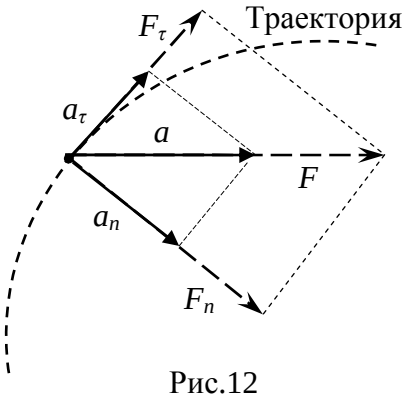



Рис.12

**Принцип независимости действия сил**: Ускорение, вызванное какой-либо одной силой, не зависит от того, действуют ли на данное тело одновременно какие-либо другие силы. Иными словами, **если на тело одновременно действуют несколько сил, то равнодействующая (результирующая) сила равна *векторной* сумме всех приложенных к телу сил.**

Отсюда : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

Согласно принципу независимости действия сил, ускорения и силы можно разлагать на составляющие: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$; $F_\tau = ma_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt}$, $F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R$.

**<u>III закон Ньютона.</u> Силы, с которыми действуют друг на друга тела, равны по модулю и противоположены по направлению.**

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Эти силы приложены к **разным** материальным точкам (телам), всегда действуют **парами** и являются силами **одной природы**.

III закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики отдельной материальной точки к динамике системы материальных точек.

**Механическая система** – совокупность материальных точек (тел), которая рассматривается как единое целое.

**Центром масс (центром инерции**) системы материальных точек называется воображаемая точка ***C***, положение которой характеризует распределение массы этой системы и радиус-вектор $\vec{r}_C$ которой определяется выражением (рис.13):

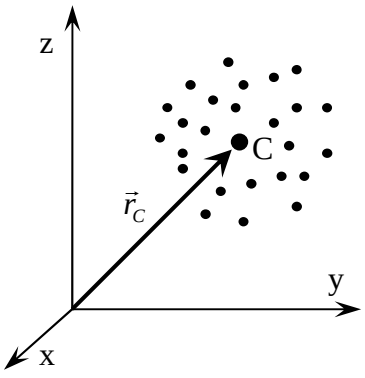
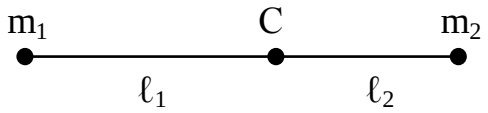



Рис. 13

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \qquad (4)$$

где $m_i$ и $r_i$ -соответственно масса и радиус-вектор $i$ - й материальной точки; $n$ - число материальных точек в системе, $\sum_{i=1}^{n} m_i = m$ общая масса системы. Центр масс можно считать точкой, в которой сосредоточена масса системы или тела при его поступательном движении.

Для двух точечных масс $m_1$ и $m_2$, местоположение центра масс определяется соотношением $m_1\ell_1=m_2\ell_2$ (рис.14).




$$m_1\ell_1=m_2\ell_2$$

Рис. 14

Импульс системы равен произведению массы системы $m$ на скорость $\vec{\upsilon}_c$ ее центр масс. $\vec{p} = m\vec{\upsilon}_c$

*Закон движения центра масс системы* $m\frac{d\vec{\upsilon}_c}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ .

Центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которой действует равнодействующая внешних сил.

Движение Земли и Луны, Земли вокруг Солнца, двойных звезд, движение лодки и человека, пригнувший с лодки.

## 2.2. Закон сохранения импульса (количества движения)

**Механическая система** − это совокупность материальных точек (тел), которая рассматривается как единое целое.

Силы, действующие в механической системе, подразделяют на **внутренние** (силы взаимодействия тел системы между собой) и **внешние** (силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние силы).

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы (или результирующее действие этих сил равняется нулю), называется **замкнутой** (или **изолированной**).

Если написать II закон Ньютона для каждого из $n$ тел механической системы:

$$d\vec{p}_1 = d(m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1) = \vec{f}_1 + \vec{F}_1$$
$$d\vec{p}_2 = d(m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2) = \vec{f}_2 + \vec{F}_2$$
$$- - - - - - - - - - -$$
$$d\vec{p}_n = d(m_n \cdot \vec{\upsilon}_n) = \vec{f}_n + \vec{F}_n ,$$

где $\vec{f}_1, \vec{f}_2, ..., \vec{f}_n$ равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ − равнодействующие внешних сил, действующих на каждое из этих тел.

Суммируя левые и правые части уравнений, получаем:

$$d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2 + \cdots + d\vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

По III закону Ньютона $\sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i = 0$, тогда $d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \cdots + \vec{p}_n) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

Для замкнутой системы $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$, поэтому для нее

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \cdots + \vec{p}_n = const = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = \vec{p}$$

**Суммарный импульс $\vec{p}$ замкнутой системы остается постоянным по модулю и направлению, хотя импульс каждого из тел системы может изменяться.**

Иными словами, **общий импульс замкнутой системы сохраняется − не меняется с течением времени.**

Из $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$ следует, что этот закон сохранения импульса справедлив и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

Закон сохранения импульса является **фундаментальным законом природы**: он соблюдается и в микромире для элементарных частиц, хотя там справедлив законы квантовой механики. Закон сохранения импульса отражает свойства симметрии пространства – его однородности. **Однородность пространства** заключается в том, что законы движения и физические свойства замкнутой системы не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

В природе закон сохранения импульса наглядно наблюдается:

- При отдаче оружия во время выстрела
- В движении ракет и реактивных самолетов
- В животном мире, например у головоногих моллюсков (кальмаров, осьминогов, спрутов) и медуз.

*2.3. Энергия, работа, мощность*

Неотъемное свойство материи – ее движение (механические, тепловые, ядерные и биологические процессы, химические реакции и т.д.), оценивается физической характеристикой, называемой энергией.

**Энергия – универсальная, количественная мера различных форм движения и взаимодействия: она характеризует способность физических тел или систем совершить движение.**

Существуют различные виды энергии, такие как механическая, внутренняя, ядерная и т.д. В процессе взаимодействия тел формы движения материи, и тем самым вид энергии, могут изменяться, но во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним.

**Работа является количественной мерой изменения энергии тела** (системы тел) **при переходе его из одного энергетического состояния в другое.** Поэтому можно сказать, что энергия тела (системы тел) характеризует его способность совершить работу (энергия тела – это его *работоспособность*).

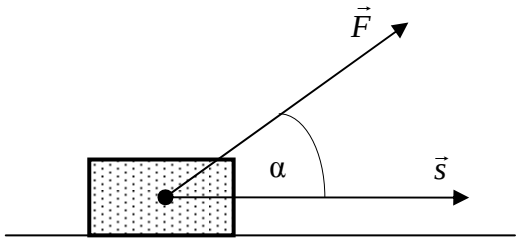



Рис. 15

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел, поэтому в механике вводится понятие работы силы.

Работа и энергия – различные физические величины, несмотря на то, что они имеют одинаковые единицы измерения.

если $\alpha < \frac{\pi}{2}$, то $A$>0,

$\alpha > \frac{\pi}{2}$, то $A$<0,

$\alpha = \frac{\pi}{2}$, то A=0

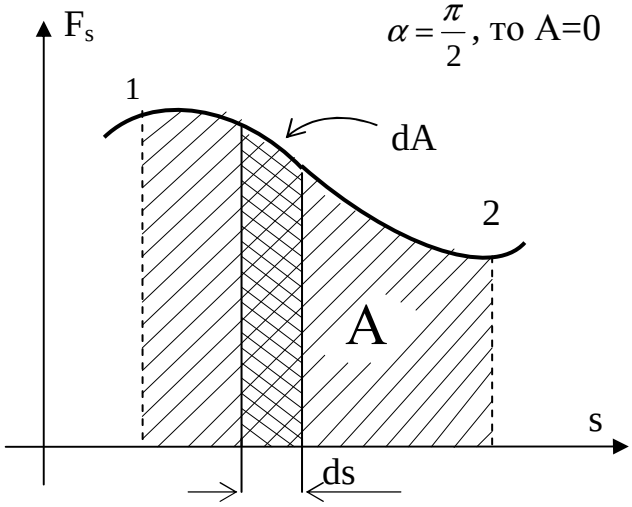



Рис. 16

Для *прямолинейно* движущегося тела и постоянной силы $F$ (рис. 15) работа $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$, где $\alpha$ угол между $\vec{F}$ и $\vec{s}$.

Но $\vec{F}$ может измениться как по модулю, так и по направлению. Тогда вводится понятие элементарной работы как $dA = F \cdot \cos\alpha \cdot ds = F_s \cdot ds$; где $\alpha$ – угол между $\vec{F}$ и $d\vec{s}$, $F_s$ - проекция $\vec{F}$ на $d\vec{s}$, и предполагается, что на пути $ds$ (при элементарных перемещениях) сила остается постоянной:

Тогда на участке траектории от точки 1 до точки 2 полная работа:

$$A=\int_1^2 dA=\int_1^2 F\cdot\cos\alpha\cdot ds=\int_1^2 F_s\cdot ds$$

или графически представляется площадью заштрихованной фигуры на рис.16.

Таким образом, работа $dA=\left(\vec{F}\cdot d\vec{s}\right)$ или $\mathrm{dA}=\vec{\mathrm{F}}\cdot\mathrm{d}\vec{\mathrm{s}}$ − скалярная величина, которая представляет собой **скалярное произведение** двух векторов.

В системе СИ единицей энергии (работы) является ***джоуль (Дж)***.

*1 Дж* − это такая работа, которую совершает сила *1 Ньютон***,** передвигая тело по направлению воздействия силы на расстояние *1 метр (1Дж=1Н·1м)*[4].

Скорость совершения работы характеризуется **мощностью** (*N*), которая представляет собой первую производную работы по времени и равняется работе, совершаемой за единицу времени.

$N=\dfrac{dA}{dt}=\dfrac{\vec{F}\cdot d\vec{s}}{dt}=\vec{F}\cdot\dfrac{d\vec{s}}{dt}=\vec{F}\cdot\vec{\upsilon}$, или как скалярное произведение векторов силы и скорости $N=(\vec{F}\cdot\vec{\upsilon})$

Единица мощности ***ватт (Вт)***.

*1 Вт* − это такая мощность, при которой *за время 1с* совершается *работа 1 Дж (1Вт = 1Дж/1с).*

Если силу, как ускорение, разложить на тангенциальную и нормальную составляющие ($\vec{F}_\tau$ и $\vec{F}_n$), то $\vec{F}_n$ не совершает работу, так как для нее $\alpha=90^0$ и поэтому работа силы $A=\int_1^2\left|\vec{F}_\tau\right|\cdot ds=\int_1^2 F_s\cdot ds$ (рис.12).

В механике различают два вида энергии: **кинетическую энергию** $W_к$ (энергию механического движения системы) и **потенциальную энергию** $W_p$ (энергия взаимодействия). В некоторых книгах потенциальную энергию обозначают буквой ***T***, а потенциальную − ***П***.

**Полная механическая энергия** $E=W_к+W_p$.

Полная механическая энергия лишь часть *полной энергии*, о которой поговорим при рассмотрении теории относительности (см. далее).

Если под воздействием результирующей силы $\vec{F}$ происходит элементарное изменение скорости $d\vec{\upsilon}$ тел от $\vec{\upsilon}_1$ до $\vec{\upsilon}_2$, то совершается положительная работа, которая равна приращению кинетической энергии тела *:* $dA=d\,W_к$ .

Тогда, используя второй закон Ньютона (1) и учитывая, что $\vec{a}=\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ и $\dfrac{d\vec{s}}{dt}=\vec{\upsilon}$, получаем для элементарной работы:

$dA=\vec{F}\cdot d\vec{r}=m\cdot\vec{a}\cdot d\vec{s}=m\cdot\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}\cdot d\vec{s}=m\cdot d\vec{\upsilon}\cdot\dfrac{d\vec{s}}{dt}=m\cdot\vec{\upsilon}\cdot d\vec{\upsilon}$, а полная работа

[4] Заметим, что в других разделах физики употребляются и другие единицы измерения энергии, такие как *электрон-вольт* или *киловатт-час*.

$$A=\int dA=\int_{V_1}^{V_2} m\cdot\upsilon\cdot d\upsilon=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}=W_{k2}-W_{k1};$$ (так как $\vec{\upsilon}\cdot d\vec{\upsilon}=\upsilon\cdot d\upsilon$, $\cos\alpha=1$)

если $\upsilon_1=0$, $\upsilon_2=\upsilon$, то $W_k=\int_0^{\upsilon} dW_k=\int_0^{\upsilon} dA=\int_0^{\upsilon} m\cdot\upsilon\cdot d\upsilon=\frac{m\upsilon^2}{2}$. (5)

Кинетическая энергия системы зависит только от $m$ и $\upsilon$, т.е. $W_к$ системы есть функция состояния ее движения, и так как в разных инерциальных системах отсчета $\upsilon$ разное, то $W_к$ тоже зависит от выбора системы отсчета.

**$W_к$ всегда положительна!**

**Потенциальная энергия** – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением (или взаимным расположением различных частей физического тела) и характером сил взаимодействия между ними. Она зависит от конфигурации тел системы и тесно связана с существованием силовых полей (гравитационных, электрических и др.).

Количество потенциальной энергии, определяемой взаимным расположением тел, демонстрируют опыты поднимания груза на различной высоте в гравитационном поле Земли. Изменение потенциальной энергии, определяемой взаимным расположением различных частей физического тела, можно показать на примере сжатия пружины.

Если работа, совершаемая силами поля при перемещении тела из одного положения в другое, *не зависит от траектории, а зависит только от начального и конечного положения перемещенного тела*, то такие поля называются **потенциальными**, а силы − **консервативными**. Примером потенциальных полей могут служить гравитационные, электрические поля зарядов, упругие и др. поля. Если же такая *работа зависит от траектории*, то такие силы называются **диссипативные** или **неконсервативные** (например, силы трения).

**Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии** $dA=-dW_p$. Знак минус означает, что работа совершается за счет $W_p$.

Т. к. $dA=\vec{F}\cdot\vec{r}=-dW_p$, то если известно $W_p(\vec{r})$, то можно найти $\vec{F}(\vec{r})$.

И наоборот, если известно $\vec{F}(\vec{r})$, можно найти потенциальную энергию с точностью до некоторой произвольной постоянной $C$.

$$W_p=-\int\vec{F}\cdot\vec{r}+C$$

Впрочем, это не так страшно, т.к. в физических законах потенциальная энергия обычно присутствует или в виде разности $\Delta W_p$ или в виде дифференциала $\frac{dW_p}{d\vec{r}}$. Просто, выбирают удобный нулевой уровень. Обычно, принимают $W_p(\infty)=0$ например, для гравитационных или кулоновских сил.

Конкретный вид $W_p(\vec{r})$ зависит от характера потенциального поля, например, для гравитации $W_p(\vec{r})=mgh$. Если поверхность Земли выбрать как нулевой уровень, то под Землей или под водой $W_p(\vec{r})=-mgh'$.

Для сил упругости $\vec{F}=-k\vec{x}$, где − коэффициент упругости. Тогда

$$W_p(\vec{r}) = \int_0^x dW_p = -\int_0^x dA = -\int_0^x F \cdot dx = k\int_0^x x dx = \frac{kx^2}{2}$$

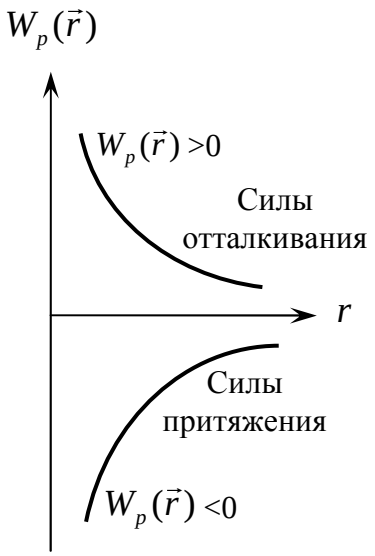



Рис. 17

$W_p(\vec{r})$ отталкивающихся тел всегда положительна, т. к. если тела удаляются, то совершается положительная работа и $W_p(\vec{r})$ убивается до нуля, при $r \to 0$. Для притягивающихся тел $W_p(\vec{r})$ всегда отрицательна, т.к. если удалить тело, то совершаемая работа меньше нуля (работа совершается против этих сил) и $W_p(\vec{r})$ растет до нуля при $r \to 0$.

**Напоминание**

$$\left.\begin{aligned} F_x &= -\frac{\partial W_p}{\partial x} \\ F_y &= -\frac{\partial W_p}{\partial y} \\ F_z &= -\frac{\partial W_p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \vec{F} = -gradW_p$$

или

$$\vec{F} = -\nabla W_p = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k}\right)$$

где $\nabla$ − оператор *Гамильтона*

## *2.4. Закон сохранения и превращения энергии*

Многовековые опыты показывают, что какие бы превращения энергии ни происходили в изолированной системе, **полная энергия изолированной системы остается постоянной.** При этом, **будучи не создаваемой и неуничтожаемой, энергия может превращаться из одних видов в другие** *(закон сохранения и превращения энергии).*

Закон сохранения и превращения энергии, как все фундаментальные, всеобщие законы природы, не имеет общего теоретического доказательства и может быть теоретически выведен только для частных случаев.

Выведем его для механической системы, состоящий из *n* материальных точек. Второй закон Ньютона для материальных точек системы:

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{F}_i' + \vec{F}_i + \vec{f}_i,$$

где $\vec{F}_i'$ − равнодействующие внутренних консервативных сил,

$\vec{F}_i$ − равнодействующие внешних консервативных сил,

$\vec{f}_i$ − равнодействующие внешних неконсервативных сил.

Умножая обе части уравнения на $d\vec{r}_i$ и учитывая, что $d\vec{r}_i = \vec{\upsilon}_i \cdot dt$, получаем

$$m_i(\vec{\upsilon}_i \cdot dt) - (\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i = \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{\upsilon}_i \cdot dt) - \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{\upsilon}_i \cdot dt) = \sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i \upsilon_i^2}{2}\right) = dW_k$ −приращение кинетической энергии системы,

$(\vec{F}_i' + \vec{F}_i)d\vec{r}_i = dW_p$ − элементарная работа внутренних и внешних консервативных сил, который со знаком минус равна элементарному приращению потенциальной энергии системы,

$\vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = dA$ − работа внешних неконсервативных сил, действующих на систему.

$$d(W_k + W_p) = dA$$

Интегрируя из состоянии *1* → *2*, получим $\int_1^2 d(W_k + W_p) = A_{12}$.

Изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое, равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами.

Если сумма внешних неконсервативных сил равна нулю, то $d(W_k + W_p) = 0$.

Или $W_k + W_p = E = const$ [5]

[5] Другое доказательство этого закона (по Лаврову). Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то элементарная работа *dA* этих сил при изменении конфигурации системы, сопровождается изменением кинетической и одновременно равным ему по модулю, но противоположным по знаку изменением потенциальной энергии системы ($dA=dW_k$; $dA=-dW_p$). Тогда $dE=dW_k+dW_p=d(W_k+W_p)=dA-dA=0$ или $E=W_k+W_p=const$/

**Полная механическая энергия замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы, сохраняется, не изменяется со временем.**

Обобщая, **В замкнутой системе общее количество энергии всех видов остается строго постоянной независимо от того, какие процессы происходят в этой системе.**

Энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой. В этой формулировке отражены основные свойства энергии – **количественная неизменность и качественная изменчивость**. Закон сохранения энергии связан с **однородностью времени**. Однородность времени проявляется в том, что физические законы инвариантны относительно выбора начала отсчета времени, то есть они не зависят от выбора начала отсчета времени. Если в любые два момента времени замкнутую систему поставить в совершенно одинаковых условиях, то, начиная с этих моментов времени, все процессы в системе будут протекать совершенно одинаково. Например, при свободном падении тела в поле сил гравитации его скорость и пройденный путь зависят лишь от начальной скорости и продолжительности свободного падения тела и не зависят от того, в какой момент времени тело начало падать.

Закон сохранения и превращения энергии для **неизолированной** системы: **Изменение энергии неизолированной системы равно работе, совершаемой системой.**

$$\Delta E = -A$$

Если работа совершается внутренними силами самой системы, то $A>0$ и энергия системы убывает. Если же работа совершается внешними силами над системой, то $A<0$ и энергия системы возрастает.

Закон сохранения и превращения энергии - **фундаментальный закон природы, не имеющий исключений,** выполняется и в макромире и в микромире.

Неизменность полной механической энергии замкнутой системы ($E= W_к+W_p =const$) приводит к тому, что мы иногда наглядно наблюдаем превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот (например, при колебании математического маятника).

*Примеры*

**Абсолютные упругие и неупругие соударения**

*Абсолютное упругое соударение (удар)* − столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. Естественно это идеализированный случай − физическая модель. После соударения тела отделяются друг от друга и движутся самостоятельно, а кинетическая энергия перераспределяется между ними.

В данном случае соблюдаются законы сохранения импульса и механической энергии:

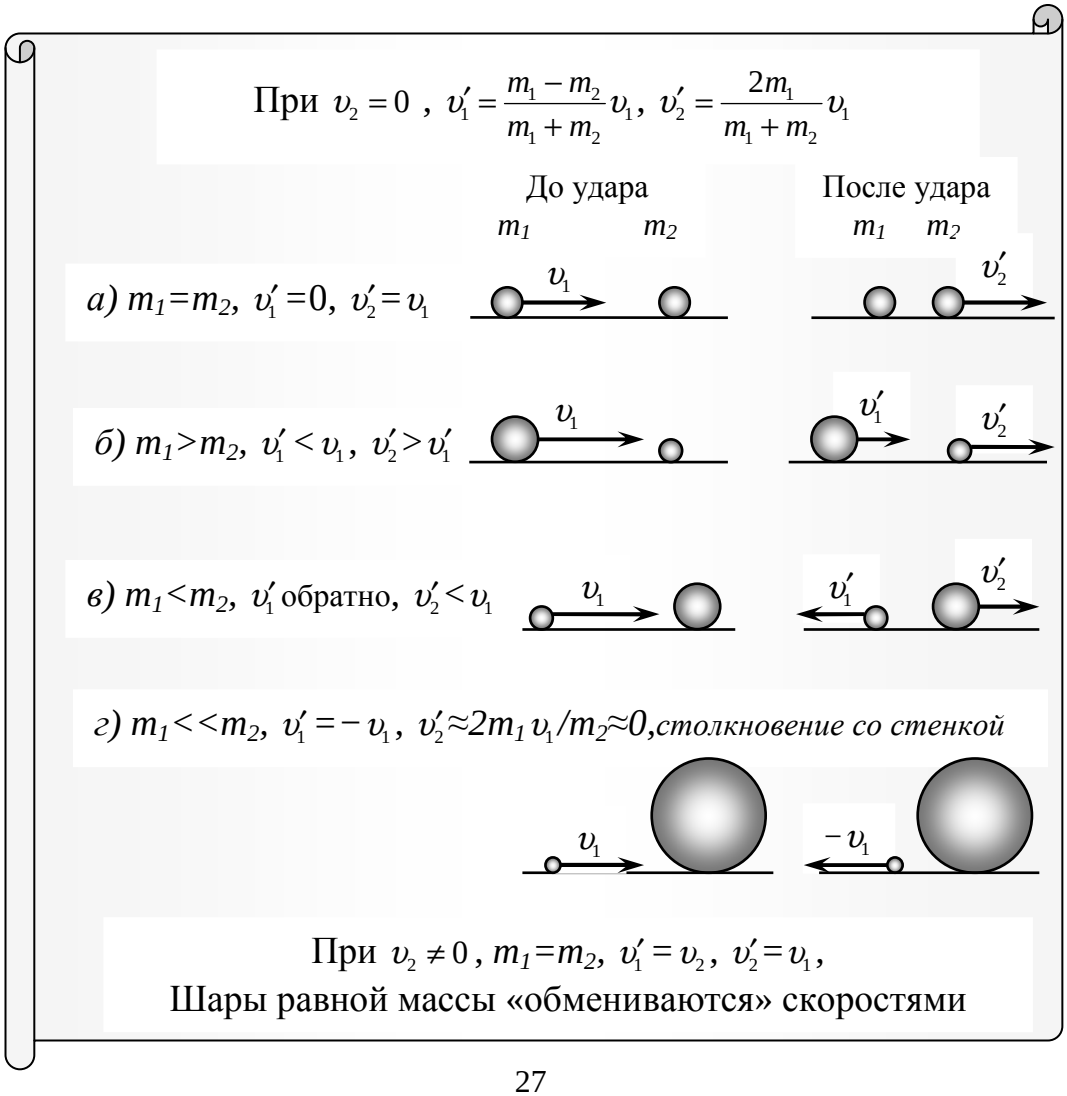
$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2', \qquad \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2},$$

где $m_1$, $m_2$ − массы тел, $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_1'$ − скорости первого тела до и после соударения, $\vec{\upsilon}_2$, $\vec{\upsilon}_2'$ − скорости второго тела до и после соударения.

$$m_1(\vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_1') = m_2(\vec{\upsilon}_2' - \vec{\upsilon}_2), \quad m_1(\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2) = m_2(\upsilon_2'^2 - \upsilon_2^2), \quad \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2' + \vec{\upsilon}_2$$

При прямого, центрального удара находим:

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad \upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$



*Абсолютное неупругое соударение* − столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. При таких столкновениях часть первоначальной кинетической энергии превращается в энергию деформации, поэтому в данном случае не соблюдается закон сохранения *механической* энергии.

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}', \quad \upsilon' = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2},$$

где $\upsilon'$ − скорость движения шаров после соударения.

«Потеря» кинетической энергии

$$\Delta W_k = \left(\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon'^2}{2} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2.$$

Если $\upsilon_2 = 0$, то $\upsilon' = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$, $\Delta W_k = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1\upsilon_1^2}{2}$.

Когда $m_2 >> m_1$, (масса неподвижного тела очень большая), то $\upsilon' << \upsilon_1$ и почти вся кинетическая энергия первого тела при ударе переходит в другие формы энергии. Для значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка. Наоборот, при забывании гвоздей в стенку масса молотка должна быть побольше ($m_1 >> m_2$), тогда $\upsilon' \approx \upsilon_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение гвоздя, а не на остаточную деформацию стены.

## 2.5 Тяготение

Законы КЕПЛЕРА

- Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце
- Радиус-вектор планеты за равные промежуток времени описывает одинаковые площади.
- Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

*Закон* ***всемирного тяготения*** или **гравитации** (Ньютон 1678г.):

**Материальные точки притягиваются друг к другу с силой *F*, пропорциональной их массам $m_1$ и $m_2$ и обратно пропорциональной квадрату расстояния *r* между ними.**

Точно так же, *между любыми двумя материальными телами действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих тел и обратно пропорциональная расстояния между ними:*

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

где $G=6{,}67\cdot10^{-11}м^3/кг\cdot с^2$ коэффициент пропорциональности (экспериментально определил Кавендиш 1798г.).

Когда $m_1=m_2=100кг$, $r=1м$, $F\approx10^{-6}Н$.

Сила притяжения между Землей и Луной $\sim10^{20}Н$, а между молекулами ($r\approx3\cdot10^{-10}м$) кислорода $-\sim10^{-32}Н$ (разница $10^{52}раз!$). Т.е. эта сила огромно для небесных тел, ничтожна для частиц микромира и справедлив не только для материальных точек, но и для крупных тел любой формы.

**Сила тяжести** − эта сила, которая действует на всякое тело с массой *m*, находящей на Земле $\vec{P} = m\vec{g}$

Сила тяжести = сила гравитации. $P=mg=F=G\frac{mM}{R^2}$,

где *M* и *R* − масса и радиус Земли соответственно.

**Вес тела** это сила, с которой тело вследствие притяжения Земли действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения.

Невесомость, состояние, когда тело движется под действием только силы тяжести, т.е. с ускорением свободного падения.

**Сила тяжести действует всегда**, а **вес** проявляется **только** в том случае, когда на тело **кроме силы тяжести действуют еще и другие силы**, вследствие чего оно движется с ускорением $a\neq g$.

Если тело движется в поле тяготения Земли с ускорением $a \neq g$, это означает, что не него действует дополнительная сила $N$ и второй закон Ньютона − $N+P=ma$. Тогда вес тела $\vec{P}' = -\vec{N} = \vec{P} - m\vec{a} = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$

Если тело покоится или движется прямолинейно и равномерно, то

$$a=0, \qquad P'=mg.$$

Если тело свободно подает в поле тяготения, то $a=g$, и $P'=0$ (невесомость).

**Гравитационное поле** или **поле тяготения** является **потенциальным**, а силы тяготения − **консервативными**.

С одной стороны $g$ − *ускорение свободного падения*, а с другой стороны− $g = G\dfrac{M}{R}$ − *напряженность поля тяготения* − силовая характеристика поля гравитации и определяется силой, действующей со стороны поля на материальное тело единичной массы.

Элементарная работа в гравитационном поле

$$dA = -FdR = -G\frac{mM}{R^2}dR.$$

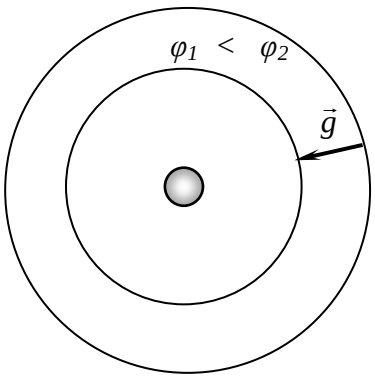
$$A = \int_{R_1}^{R_2} dA = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{mM}{R^2}dR = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right),$$ зависит от $R_1$ и $R_2$

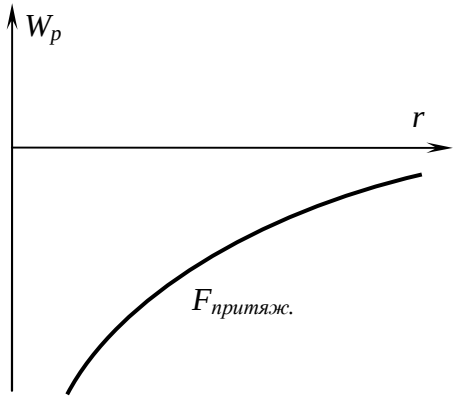
С другой стороны, эта работа равняется изменению потенциальной энергии: $A=-\Delta W_p=-(W_2-W_1)=W_1-W_2$.

Сравнивая оба значения работы, находим $W_p = -G\dfrac{mM}{R}$

**Потенциал поля тяготения** − это *скалярная величина, определяемая потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля* или *работой по перемещению единичной массы из данной точки поля до бесконечности.*

$$\varphi = \frac{W_p}{m} = -G\frac{M}{R}$$




$\vec{g}$ направлено в сторону убывания потенциала т.к. $\varphi<0$

**Эквипотенциальные поверхности** для материальной точки − это **сфера.** **(**$\varphi=const$)

Связь между потенциалом *(φ)* поля тяготения и его напряженностью *(g)* определяется из $dA=-md\varphi$ и $dA=Fd\ell=mgd\ell$, $mgd\ell=-md\varphi$, отсюда $g=-\frac{d\varphi}{d\ell}$ ($d\ell$ − элементарное перемещение).

$\vec{g}=-grad\varphi$, ($\vec{g}$ направлен в сторону убывания потенциала).

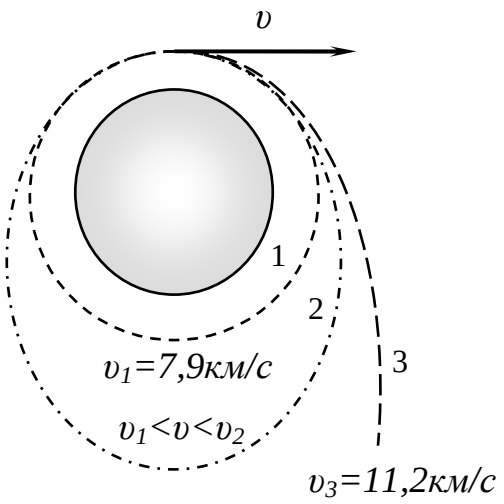
*Космические скорости*

Для запуска ракет в космическое пространство надо им сообщить определенные начальные скорости, называемые **космическими**.

***I* космической** (или **круговой**) **скоростью** $\boldsymbol{\upsilon_1}$ называют такую минимальную скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т.е. превратится в искусственный спутник Земли. На спутник, движущийся по круговой орбите радиусом *r*, действует сила тяготения Земли, сообщающая ему нормальное ускорение $\frac{\upsilon_1^2}{r}$. По второму закона Ньютона: $F_{тяг}=m\cdot\frac{\upsilon_1^2}{r}=G\frac{mM}{r^2}$. Отсюда $\upsilon_1=\sqrt{G\frac{mM}{r}}=\sqrt{gr}$, т.к. $g=\frac{GM}{r^2}$

Вблизи Земли $r=R_0=\sim 6400км$, поэтому $\upsilon_1=\sqrt{g\cdot R_0}\approx 7{,}9км/с$.

***II* космической** (или **параболической**) **скоростью** $\boldsymbol{\upsilon_2}$, называют ту наименьшую скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно оторвалось от Земли и превратилось в спутник Солнца (т.е. планету или астероид).




ОРБИТЫ
1 − круг
2 − эллипс
3 − парабола

Для этого кинетическая энергия тела $\frac{m\upsilon_2^2}{2}$ должна быть равна работе совершаемой против сил тяготения при перемещении тела от $R_0$ до ∞.

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2}=A=\int_{R_0}^{\infty}dA=\int_{R_0}^{\infty}F_{тяг}\cdot dR=\int_{R_0}^{\infty}G\frac{mM}{R}dR=G\frac{mM}{R_0}$$

и т.к. $g=\frac{GM}{r^2}$,

$$\upsilon_2=\sqrt{2gR_0}=\sqrt{2}\cdot\upsilon_1\approx 11{,}2км/с$$

Отметим, что направление скорости $\upsilon_2$ может быть *каким угодно*: тело станет искусственной планетой при любом направлении скорости $\upsilon_2$.

**Третьей космической скоростью** $\boldsymbol{\upsilon_3}$ называют скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца. Формула для скорости $\upsilon_3$ такая же как

для $\upsilon_2$, только центральное тело не Земля, а Солнце, поэтому из $\frac{m\upsilon^2}{2} = G\frac{mM_{Солнце}}{R}$,

где $R=1{,}5\ 10^8 км$ −радиус земной орбиты, $\upsilon$ − скорость тела *относительно Солнца*.

Из этого соотношения $\upsilon = 42{,}2\ км/с$. Скорость $\upsilon$ можно сообщить телу в любом направлении, но очевидно, что выгоднее всего сообщить ее в направлении касательной к земной орбите, так как в этом направлении тело уже имеет *относительно Солнца* орбитальную скорость Земли $u=29{,}8 км/с$.

$\upsilon_3=\upsilon-u=12{,}4\ км/с$ $(\upsilon_3=\upsilon\pm u=(17\div73)\ км/с)$

Но чтобы оторваться от Земли, выйти из ее поля тяготения, надо чуть больше чем $\upsilon_3$, поэтому окончательная третья космическая скорость ровна $\upsilon_3=16{,}7\ км/с$.

<u>*Задача*</u>. Определить линейную скорость Земли $u$.

Из равенства нормальной силы $F_н$ и силы гравитации $F_{тяг}$ между Солнцем и Землей, используя второй закон Ньютона:

$$F_н = ma_н = \frac{mu^2}{r} = F_{тяг} = G\frac{mM}{r^2} \longrightarrow u = \sqrt{G\frac{M}{r}} \approx \sqrt{6{,}67\cdot10^{-11}\frac{м^3}{(кг\cdot с)^2}\cdot\frac{2\cdot10^{30}кг}{1{,}5\cdot10^{11}м}} \approx 29{,}8\frac{км}{с}$$

**Четвертая космическая скорость**, при которой земное тело преодолевает тяготение Галактики и может уйти во Вселенную. Расчет для $\upsilon_4$ сложен, но так как вокруг Солнца нет звезд, которые движутся в том же направлении как Солнце вокруг центра Галактики, и имеют больше скорости, чем *285 км/с*, то можно предполагать, что это и есть четвертая космическая скорость.

Впервые в мире $\upsilon_1$ достигнута в СССР 1957г., а $\upsilon_2$ − в 1959г.

## 2.6. Механика вращательного движения

Для описания и исследования вращательного движения физические характеристики, которые были определены для поступательного движения (линейная скорость и ускорение, масса, сила, импульс), малоэффективны или даже непригодны (рис.18). Поэтому для вращательного движения устанавливают *аналогичные величины*, которые называются так же, как при поступательном движении, только с добавлением слов «угловая» или «момент». Тогда, чтобы получить закономерности вращательного движения, достаточно **во всех предыдущих формулах физические величины поступательного движения заменить аналогичными величинами вращательного движения.** Например, второй закон динамики для вращательного движения можно легко получить из такого же закона для поступательного движения, если силу заменить моментом силы, массу заменить моментом инерции (моментом массы), а линейное ускорение - угловым ускорением.

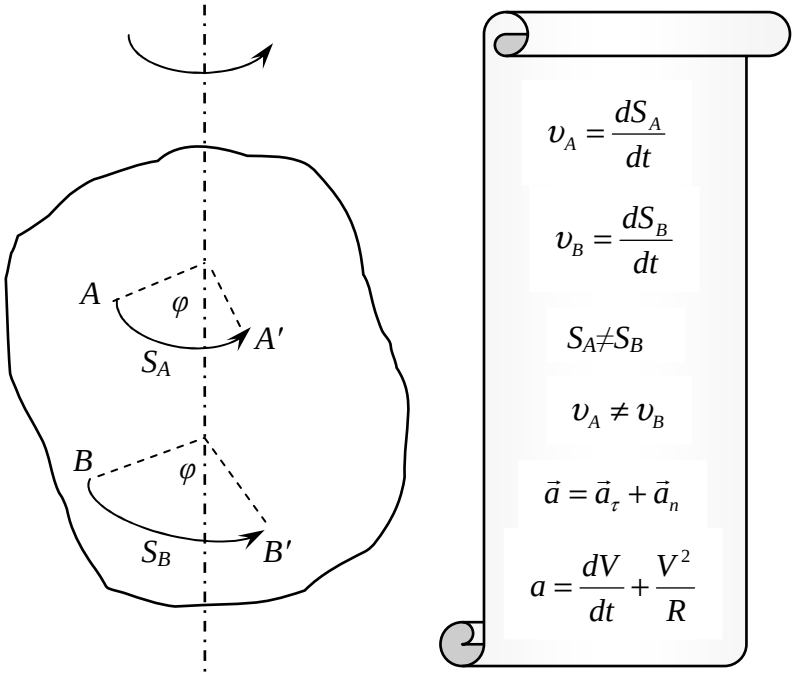



Рис. 18

*Угловая скорость и угловое ускорение*

Вращательное движение твердого тела принято характеризовать **угловыми величинами**, одинаковыми (в отличие от линейных скоростей $\vec{\upsilon}$ и ускорения $\vec{a}$) в данный момент времени для всех точек вращающегося твердого тела.

**Угловой скоростью** ($\vec{\omega}$), называется предел отношения угла поворота радиуса $R$ (т. е. отношения углового пути $\Delta\vec{\varphi}$) к промежутки времени $\Delta t$, за который этот поворот произошел, при стремлении промежутка времени к ну-

лю. А это не что иное, как первая производная углового пути по времени.

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

$d\vec{\varphi}$ − **псевдовектор,** или **аксиальный** вектор, т. е. вектор, который направлен вдоль оси вращения. Модуль $d\vec{\varphi}$ равен углу поворота ($\Delta\varphi$ или $d\varphi$), а

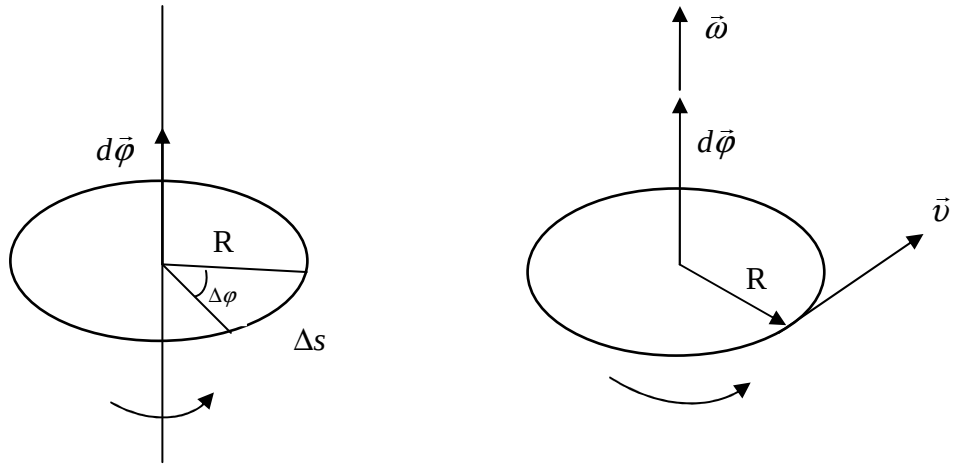



Рис. 19

его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности (правило правого винта, или правило правой руки) (рис.19). Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Размерность $[\omega]$=*сек*$^{-1}$, а единица измерения − *радиан на секунду*.

Линейная скорость вращающей точки:

$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega$, так как $\Delta s = R \cdot \Delta\varphi$ и $R$=const.

Учитывая правило правой руки $\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega} \cdot \vec{R}\right]$, (рис.19).

При равномерном вращении ($\vec{\omega} = const$) для описания вращательного движения определяют следующие параметры: **период вращения** $T$ – это время, за которое тело совершает один полный оборот (т. е. $\Delta\varphi = 2\pi$), и **частота вращения** ($\nu$ или $n$) – это число полных (или не полных) оборотов в единицу времени: $\nu = 1/T$ и $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

**Угловое ускорение** – это быстрота изменения угловой скорости. Его модуль равен первой производной угловой скорости по времени или второй производной поворота угла по времени.

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

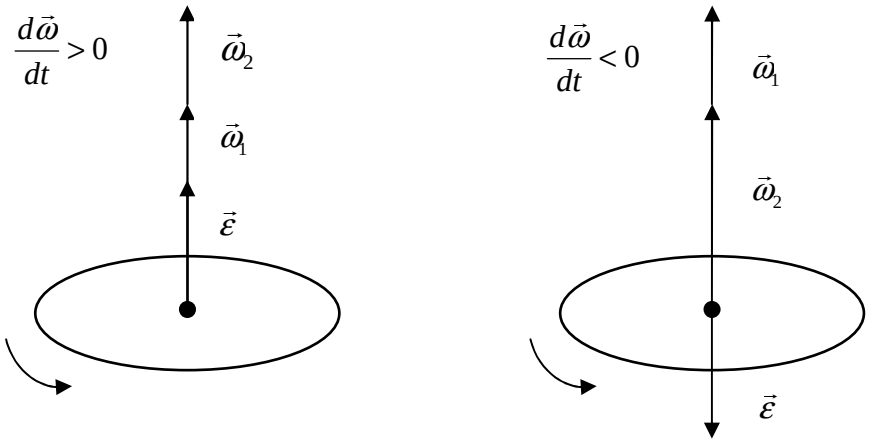



Рис. 20

Вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен по $d\vec{\omega}$, когда угловая скорость растет, $d\vec{\omega}>0$ (они совпадают). Когда же угловая скорость замедляется, $d\vec{\omega}<0$, тогда $\vec{\varepsilon}$ и $d\vec{\omega}$ противонаправлены (рис.20).

*Момент инерции, момент силы, момент импульса.*

**Моментом инерции** системы (тела) относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс $n$ материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси.

$J = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2$ или для непрерывного распределения масс (физических тел)

$$J = \int r^2 dm = \int_V r^2(x, y, z) dm$$

**Момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении.**[6]

Следует отметить, что момент инерции, являясь аналогом массы в классическом понимании, в отличие от нее, не является постоянной величиной и зависит от условия вращения (рис.21).

Момент инерции тела $J$ относительно произвольной оси равен моменту его инерции $J_c$ относительно параллельной оси, проходящей через центр масс $c$ тела, сложенному с произведением массы $m$ тела на квадрат расстояния $a$ между осями (**теорема Штейнера**)

$$J = J_c + ma^2$$

[6] Напомним, что по определению под инертностью или инерцией тела подразумевается масса тела, но исторически так сложилось, что вместо «момент массы» употребляется словосочетание «момент инерции».

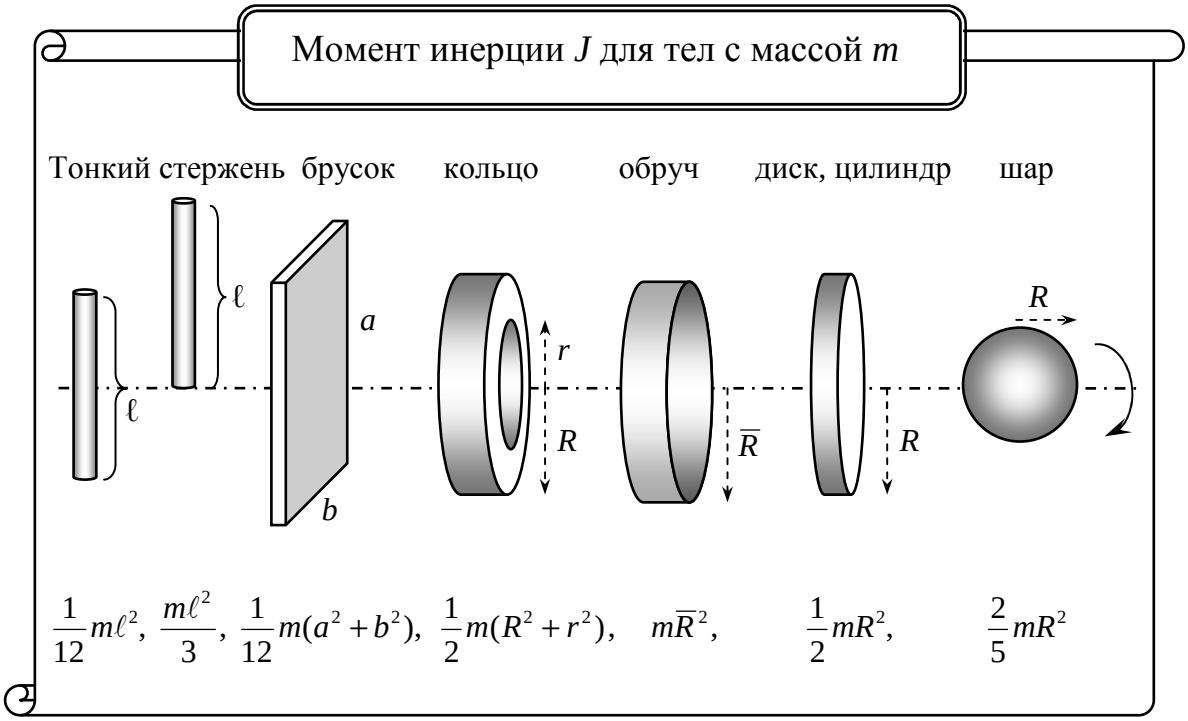



Рис. 21

Кинетическую энергию вращения $W_k^{вр}$ можно получить, если в выражении кинетической энергии поступательного движения ($W_k = m\upsilon^2/2$) заменить массу на момент инерции, а линейную скорость $\upsilon$ - на угловую скорость $\omega$, ($W_k^{вр} = \frac{J_z\omega^2}{2}$, где $J_z$ момент инерции тела относительно оси $z$).

**<u>Момент силы</u>** (вращающий момент) *относительно неподвижной точки O* –это векторное произведение радиуса вектора $\vec{r}$, проведенного из точки $O$ в точку $A$ приложения силы, на силу $\vec{F}$ (рис. 22).

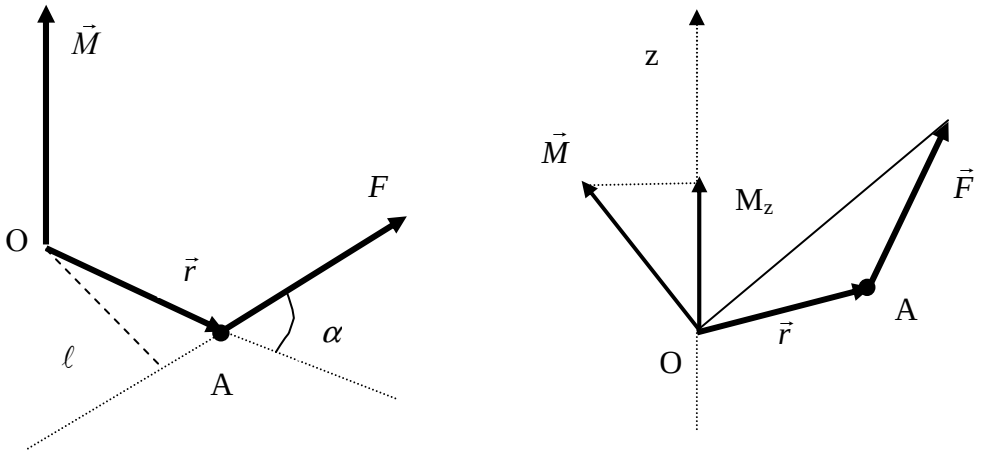



Рис. 22

$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$ направление $\vec{M}$ определяется по правилу правой руки.

$M = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot \ell$,

где $\ell = r \cdot \sin\alpha$ - кратчайшее расстояние между $\vec{F}$ и $O$ (плечо силы).

**Моментом силы** *относительно неподвижной оси z* называется *скалярная* величина $M_z$, равная проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы, определенного относительно произвольной точки *O* данной оси *z* (рис. 22).

Если *z* совпадает с $\vec{M}$, то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью *z*: $\vec{M}_z = [\vec{r} \cdot \vec{F}]_z$.

Используя аналоговый подход, для элементарной работы при вращении абсолютного твердого тела получаем $dA = M_z \cdot d\varphi$, где $M_z$ − момент сил относительно оси *z*. А второй закон Ньютона для вращательного движения, или уравнение динамики вращательного движения твердого тела, примет вид $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ или $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}$; угловое ускорение вращательного движения прямо пропорционально суммарному моменту сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно оси вращения.

**<u>Моментом импульса (количества движения)</u>** материальной точки *A относительно неподвижной точки O* называется *векторная* величина

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}].$$

$\vec{L}$ - псевдовектор, направление которого также определяется правилом правой руки (рис. 23).

$$L = r \cdot p \cdot \sin\alpha = m\upsilon r \cdot \sin\alpha = p \cdot \ell$$

$\ell$ - плечо вектора *p* относительно точки *O*.

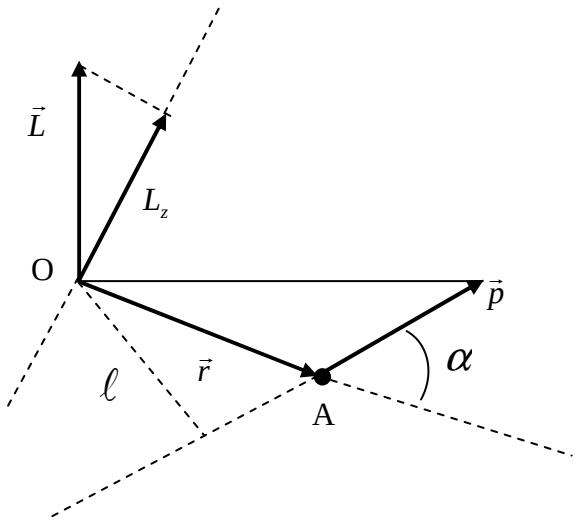



Рис.23

**<u>Моментом импульса</u>** *относительно неподвижной оси Z* называется *скалярная* величина $L_z$, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки *O* данной оси.

Иногда в некоторых книгах моментом импульса называется векторная величина $\vec{L}_z = J_z\vec{\omega}$.

Для отдельной материальной точки $J_i = m_i r_i^2$, тогда

$L_i = m_i r_i^2 \omega = m_i r_i^2 \frac{\upsilon_i}{r_i} = m_i r \upsilon_i = r_i p_i$ (для твердого тела берем сумму всех материальных точек).

Таким образом, формулы $\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}]$ и $\vec{L} = J\vec{\omega}$ можно получить друг от друга. Отсюда $\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z\varepsilon = M_z$, т.е. $\frac{dL_z}{dt} = M_z$ Это еще одна форма *уравнения динамики вращательного движения твердого тела*.

Можно показать, что имеет место и векторное выражение: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

**Скорость изменения момента импульса вращающегося тела определяется суммарным моментом сил, действующих на это тело.**

Для замкнутой или изолированной системы: $\vec{M} = 0$ или $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$.

Отсюда $\vec{L} = const$, которое и является выражением фундаментального ***закона сохранения момента импульса***.

**Момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.**

Закон сохранения момента импульса связан со свойством симметрии пространства – его **изотропностью**. **Изотропность пространства** проявляется в том, что физические свойства и законы движения замкнутой системы не изменяются при ее повороте в пространстве как целого на любой угол, т. е. не зависят от выбора направлении осей координат инерциальной системы отсчета.

В таблице 2 приведены аналоги между соответствующими величинами поступательного и вращательного движении.

**Таблица 2 Аналогия понятий и уравнений в поступательном и вращательном движениях**

| Поступательное движение | формулы | Вращательное движение | формулы |
|---|---|---|---|
| Время | $t$ | Время | $t$ |
| Линейный путь | $s$ | Угловой путь | $\varphi$ |
| Масса | $m$ | Момент инерции | $J = \int r^2 dm$ |
| Скорость | $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ | Угловая скорость | $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ |
| Ускорение | $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ | Угловое ускорение | $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ |
| Сила | $\vec{F}$ | Момент силы | $\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right]$ или $M_z$ |
| Импульс | $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ | Момент импульса | $\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$ или $L_z$ |
| Основные уравнения динамики | $\vec{F} = m\vec{a}$ <br> $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ | Основные уравнения динамики | $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ или $M_z = J_z\varepsilon$ <br> $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ |
| Работа | $dA = F_s \cdot ds$ | Работа | $dA = M_z \cdot d\varphi$ |
| Кинетическая энергия | $\frac{m\upsilon^2}{2}$ | Кинетическая энергия | $\frac{J_z\omega^2}{2}$ |
| А также $\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\vec{R}\right]$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$; $a_\tau = R\varepsilon$; $a_n = \omega^2 R$; <br> при $\varepsilon = const; \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$; где $\omega_0$ - начальная угловая скорость | | | |

Обратите внимание, что момент импульса − векторная величина и закон его сохранения означает, что в изолированной системе остаются неизменным и модуль и направление $\vec{L}$. Примеры: скамья Жуковского, фигуристки, гироскопы. Например, из-за того, что устойчивая ось вращения Земли не перпендикулярна к плоскости эклиптики, мы имеем смену сезонов на Земле.

## 2.7.Колебания и волны

*Механические колебания, математический маятник*

**Колебаниями** называются процессы, при которых физическая система, многократно отклоняясь от своего состояния равновесия, каждый раз вновь возвращается к нему (рис.24, а)). Если этот возврат совершается через равные промежутки времени, то такие колебания называются **периодическими**, а время возврата *T* – **периодом** колебания (рис.24,б)).

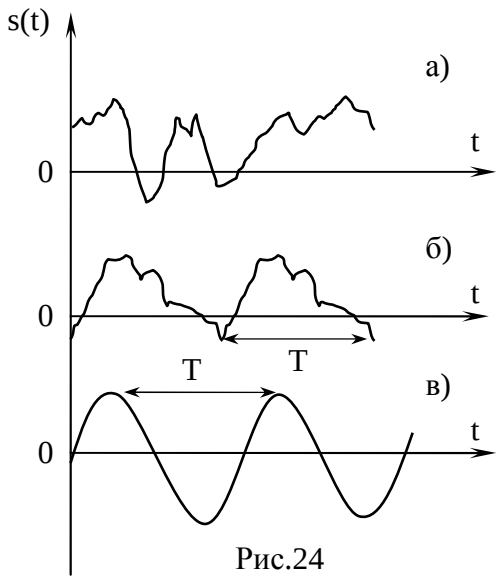


Рис.24

Колебания называются **свободными** (или собственными), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему.

Простейшие колебания – это **гармонические колебания**, при которых колеблющаяся физическая величина *s(t)* изменяется со временем по закону *sin* или *cos* (рис.24,в)):

$$s(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)\,, \qquad (6)$$

где *A* – максимальное значение *s*, или амплитуда колебания, $-A \le s(t) \le +A$,

$\omega_0$ − круговая (циклическая) частота,

$\varphi_0$ − начальная фаза колебания в момент t=0

$\omega_0 t + \varphi_0$ − фаза колебания в момент времени t.

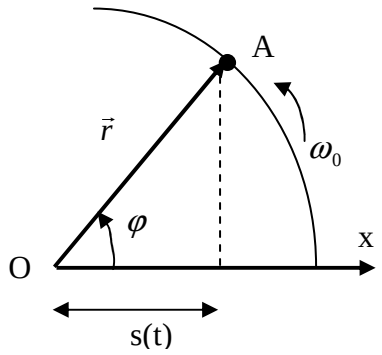


Рис. 25

При равномерном движении материальной точки *A* по окружности с постоянной угловой скоростью $\omega_0$ , его проекция на горизонтальный диаметр совершает именно такие периодические колебания около положения равновесия *O* (рис. 25).

В данном случае период колебания *T* - это промежуток времени, во время которого фаза колебания увеличивается на $2\pi$ (или материальная точка делает полный оборот).

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \text{ или } T = \frac{2\pi}{\omega_0}; \; \omega_0(t+T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi$$

$\omega_0 = 2\pi\nu$ , где $\nu = \frac{1}{T}$ -частота колебания

Единица измерения частоты $\nu$ - *герц (Гц). 1 герц* - это частота периодического процесса, при которой за *1с* совершается один цикл процесса *1 Гц = (1 с*$^{-1}$*)*.

НЕ ПЕРЕПУТАТЬ!

О Б О З Н А Ч Е Н И Е

| **При вращение твердого тела** | | **При колебании** |
|---|---|---|
| Угол вращения | $\varphi$ или $d\varphi$ | Начальная фаза колебания |
| Угловая скорость | $\omega$ | Круговая (циклическая) частота |
| Период вращения | $T$ | Период колебания |
| Частота вращения | $\nu$ | Частота колебания |

Из формулы (6) получаем:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}),$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = -A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi) = -\omega_0^2 \cdot s,$$

где $\upsilon$ и $a$ скорость и ускорение колеблющейся точки соответственно. Для $\upsilon$ роль амплитуды играет выражение $A\omega_0$, а для $a$ $-A\omega_0^2$.

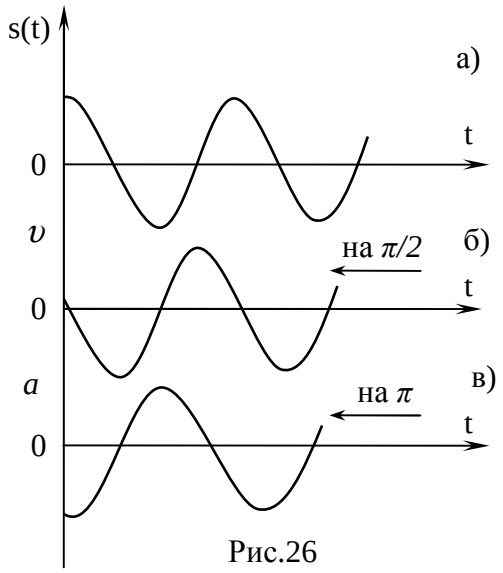


Рис.26

Зависимость $s$, $\upsilon$, $a$ от времени $t$ представлен на рис.26.

Из выражения $a$, подставив туда выражение $s$, получим *дифференциальное уравнение гармонических колебаний:*

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\omega_0^2 \cdot s \text{ или}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot s = 0 \qquad (7)$$

Такое же уравнение получается, когда зависимость $s(t)$ от $t$ синусоидальна.

**Гармоническим осциллятором** называется система, которая совершает гармонические колебания или колебания которой определяются уравнением (7).

При механических гармонических колебаниях, когда материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат $x$: $s = x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, и $a = -\omega_0^2 x$, тогда второй закон Ньютона принимает вид:

$$F = ma = -m\omega_0^2 x .$$

Т.е. $F$ прямо пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена к положению равновесия (на это указывает знак «−» в правой части уравнения.

*Кинетическая энергия* материальной точки:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{mA^2\omega_0^2}{4}\left[1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)\right].$$

*Потенциальная энергия* материальной точки:

$$W_p = -\int_0^x F \cdot dx = \frac{m\omega_0^2}{2}x^2 = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{mA^2\omega_0^2}{4}\left[1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)\right].$$

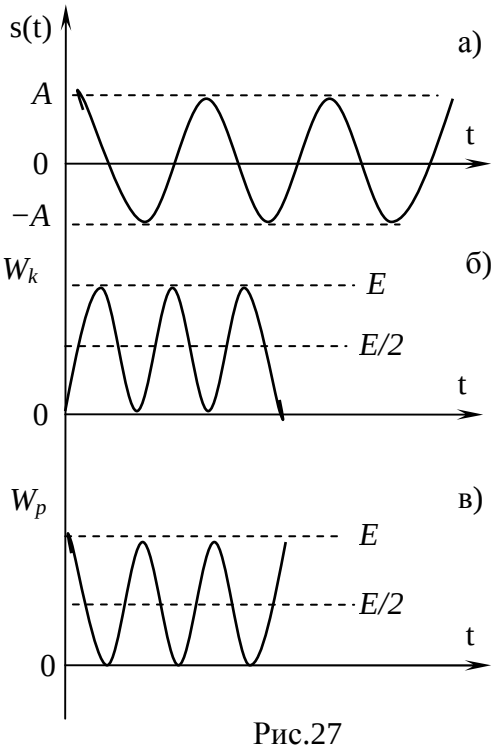


Рис.27

*Полная энергия* материальной точки, совершающей гармонические колебания: $E = W_k + W_p = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = const$; видно, что $E \sim A^2$ и не зависит от времени. $W_k$ и $W_p$ меняются с частотой $2\omega_0$, т.е. два раза быстрее (рис.27), чем частота гармонического колебания.

Т.к. $<\sin^2\alpha> = <\cos^2\alpha> = \frac{1}{2}$, то

$$<W_k> = <W_p> = \frac{1}{2}E .$$

Физический маятник − это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку $O$, не совпадающую с центром масс $C$.

**Математический маятник – это идеализированная система или физическая модель, состоящая из материальной точки массой *m*, подвешенной на невесомой, нерастяжимой нити и совершающей колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести** (рис. 28). В этой модели не учитываются силы трения и сопротивления

На рис. 28 показано под, воздействием каких сил отклоненная материальная точка возвращается в исходное положение. Это сила тяжести $P$ и сила натяжения нити $F_н$, которые в положении равновесия уравновешивают друг друга, а в отклоненном положении материальной точки геометрически суммируются как результирующая сила $F$. Используя дифференциальное уравнение гармонического колебания и второй закон динамики, получим выра-

жения для периода колебания маятника. Эта формула выводится при малых значениях α, что позволяет нам заменить $\sin\alpha \approx \alpha \approx \frac{s}{\ell}$.

Как видно из рис. 28, $F = -P \cdot \sin\alpha = -mg \cdot \sin\alpha = -mg\frac{s}{\ell}$.

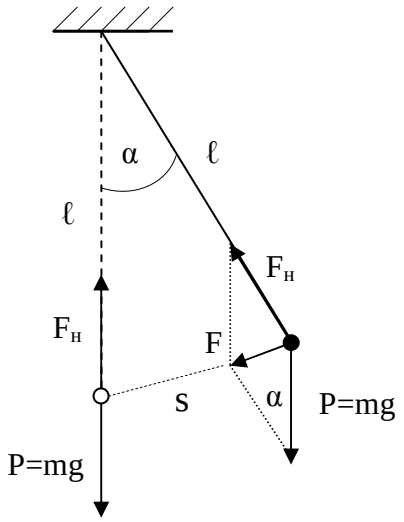



Рис.28

Знак минус обусловлен тем, что направления силы и угла отклонения всегда противоположны.

Из $a = \frac{F}{m}$ и $a = -\omega_0^2 \cdot s$ получаем $\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$.

Так как $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, то $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Обратите внимание, что период колебания математического маятника не зависит от амплитуды (угла отклонения) и массы маятника. Эти свойства математического маятника лежат в основе механических часов с маятниками, без которых бурное развитие экспериментальной физики в средние века трудно было представить.

Если рассматривать математический маятник как замкнутую систему, то на его примере можно наглядно наблюдать, как соблюдается закон сохранения и превращения энергии. Во время колебания маятника кинетическая энергия материальной точки превращается в потенциальную и наоборот, но полная энергия (сумма кинетической и потенциальной энергии) остается неизменным.

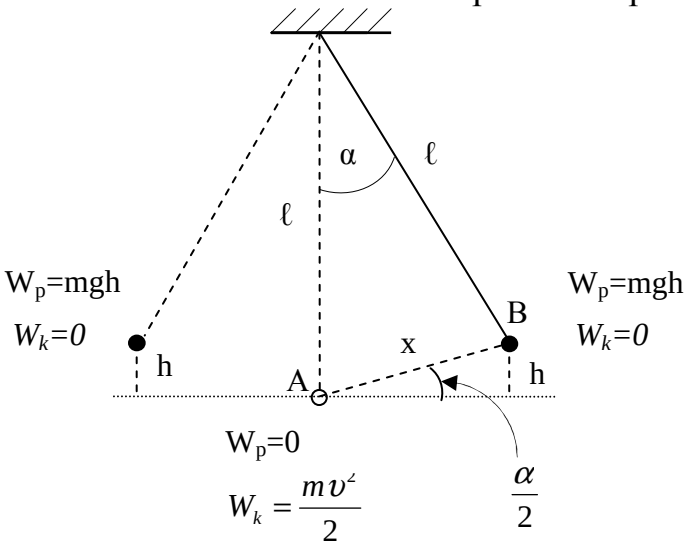



Рис.29

При отклонении материальной точки (рис.29) системе сообщается некоторое количество потенциальной энергии $W_p = mgh$, которое по мере приближения к точке *A* уменьшается. В положении *A* материальная точка уже не имеет потенциальной энергии, но из-за ускоряющего движения приобретает кинетическую энергию $W_k = m\upsilon^2/2$, которая после прохождения через точку *A* начинает убавляться.

Максимальное значение для потенциальной энергии в точке *B* получается из $|W_p| = \int_0^x F \cdot dx = \int_0^x P \cdot \sin\alpha \cdot dx = \int_0^x mg\frac{x}{\ell}dx = \frac{mg}{\ell} \cdot \frac{x^2}{2} = mgh$,

(см. также рис. 29 и, учитывая, что при малых углах отклонении $\alpha \approx x/\ell$, $h/x = \alpha/2$, отсюда $x^2 = 2h\ell$).

*Волны*

Если в упругую (сплошную) среду поместить колеблющееся тело, то оно превратится в источник колебаний, которые будут распространяться в этой среде с конечной скоростью. **Процесс распространения колебания в сплошной среде называется волновым процессом (или волной).**

Следует отметить, что между распространением волн и передвижением физических тел в упругой среде есть существенное различие. При движении физических тел в среде переносится и энергия (например, в виде кинетической энергии движущегося тела), и вещество в виде перемещения материи (тело с массой *m* из одной точки пространства переходит в другую). При распространении волн в упругой среде переносится только энергия, без переноса вещества (на поверхности воды волны распространяются далеко от очага колебания, но молекулы воды (или, например, осенний лист) остаются на месте). Поэтому, чем больше плотность среды, тем быстрее перемещается волна (тем быстрее частицы среды передают колебательный процесс соседним частицам), но тем медленнее передвигается физическое тело (в плотной среде из-за сопротивления среды труднее передвигаться).

Таким образом, основным свойством всех волн, независимо от их природы, является **перенос энергии без переноса вещества.**

**Упругие** (или **механические**) волны – это механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

Волны бывают двух типов: продольные и поперечные.

**Продольные волны** − это такие волны, у которой частицы среды колеблются в направлении распространения волны (пример − звуковые волны).

У **поперечных волн** частицы среды или характеристики волны колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны (пример − электромагнитные волны).

Упругая волна называется ***гармонической,*** если соответствующие ей колебания являются гармоническими, и выражается формулой (6).

Уравнение бегущей волны $s(x,t) = A \cdot \cos\left\{\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right\}$ (8)

где *s(x,t)* − смещение частиц среды, участвующих в волновом процессе,

*x* − расстояние этих частиц от источника колебания,

$\upsilon$ − скорость распространения волны.

Напоминаем, что функция *s(x,t)* может выражена и синусом.

Длина волны $\lambda = \upsilon \cdot T$, отсюда $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$, где $\nu$ − частота колебания.

Если волна распространяется противоположную сторону от $x$, то уравнение волны примет вид: $s(x,t) = A \cdot \cos\left\{\omega\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0\right\}$

Сравнивая график волны с графиком гармонического колебания (рис. 30), где для простоты принято $\varphi_0$ =0, мы видим, что внешне они похожи. Но по существу они различны т. к. график колебания (рис. 30, б)) представляет зависимость **смещения данной частицы от времени**, а график волны (рис. 30,- а))– **смещения всех частиц среды от расстояния до источника колебания в данный момент времени.** График волны является как бы «моментальной фотографией» волны.

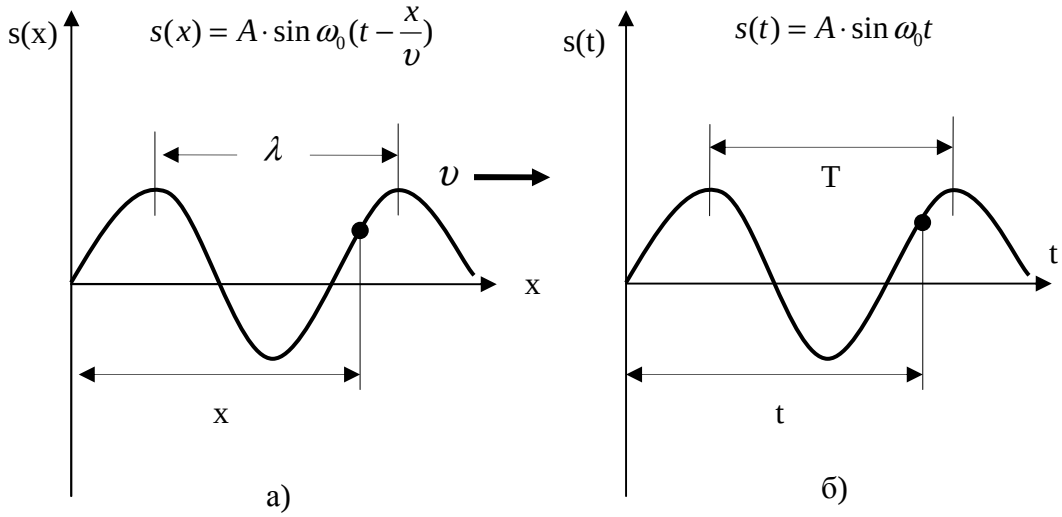



Рис. 30

**Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t*, называется волновым фронтом.**

**Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью.**

Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а *волновой фронт*, также являясь волновой поверхностью, в каждый момент времени *один*.

Волновые поверхности могут быть любой формы, но в простейшем случае они или *сферические* (сферическая волна) от одного точечного источника или *плоские* (плоская волна), когда источник волны находится очень далеко. В дальнейшем мы будем рассматривать только такие простейшие случае.

Колебательные и волновые процессы весьма распространены в природе, но несмотря на их большое разнообразие, как по физической природе, так и по степени сложности, большинство из них можно описать как гармонические процессы[7].

[7] Это оправдано не только тем, что многие периодические процессы действительно близки к гармоническим, но и тем, что любые периодические процессы можно представить как наложение гармонических колебаний (тригонометрический ряд Фурье).

## *2.8. Границы применимости законов классической механики и элементы специальной теории относительности*

Эйнштейн признавал, что он, подобно страусу
«прячет голову в песок относительности,
чтобы не смотреть в лицо гадким квантам…»

Законы классической механики справедливы для макроскопических тел, движущихся со скоростями, гораздо меньшими, чем скорость света. Когда скорость тела близка к скорости света, применимы формулы специальной (частной) теории относительности (СТО), которую часто называют и релятивистской теорией.[8]

Противоречия между классической физикой и результатами опытов (конец *XIX* в.).

- Движение быстрых заряженных частиц не подчиняется законам классической механики;
- Нарушение закона сложения скоростей;
- Механика Ньютона не объяснял распространение света;
- Неинвариантность уравнения Максвелла.

Все эти противоречия устранял СТО, в основе которой лежат 2 постулата[9] Эйнштейна (1905г.)

1. **Принцип относительности** – никакие физические опыты (механические, электрические, оптические и др.), проведенные внутри данной инерциальной системы отсчета, не дают возможность обнаружить, *покоится* ли эта система или *движется равномерно и прямолинейно*. **Все законы природы инвариантны** (от слово invariant – неизменяющийся) по отношению к переходу от одной инерциальной системе отсчета к другой (обобщение механического принципа относительности Галилея − Ньютона на любые физические процессы).
2. **Принцип инвариантности скорости света**: Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета. **Постоянство скорости света – фундаментальное свойство природы**, которое констатируется как опытный факт (см. приложение № 4 − опыты Майкельсона − Морли ).

---

[8] Существует еще и Общая Теория Относительности (ОТО) или теория тяготения, которая связывает свойства пространства-времени с массами, находящаяся в данной области пространства.

[9] Постулат - основанное на результатах опытов, исходное (иногда априорное) утверждение или допущение (принимаемое без доказательств), которое лежит в основе теории, справедливость которого подтверждается при сравнении выводов теории с результатами экспериментов.

Первый постулат Эйнштейна, фактически являясь обобщением механического принципа относительности Галилея – Ньютона на любые физические процессы, утверждает, таким образом, что все физические законы инвариантны по отношению к выбору инерциальной системы отсчета, а уравнения, описывающие эти законы, одинаковы по форме во всех инерциальных системах отсчета.

Для доказательства **принципа относительности Галилея – Ньютона** (законы динамики одинаковы во всех инерционных системах) рассмотрим две системы отсчета: инерциальную систему *К* (с координатами x,y,z), которую условно будем считать неподвижной, и систему *К′* (с координатами x',y',z'), движущуюся относительно *К* равномерно и прямолинейно со скоростью $\vec{u}$ ($\vec{u} = const$) вдоль оси *OX*. Для простоты отсчет времени начнем с момента, когда начала координат обеих систем совпадают. Пусть в произвольный момент времени *t* расположение этих систем друг относительно друга имеет вид, изображенный на рис.31. Связь между координатами произвольной точки в обеих системах имеет вид: x=x'+ut; y=y'; z=z' (**преобразования координат Галилея**).

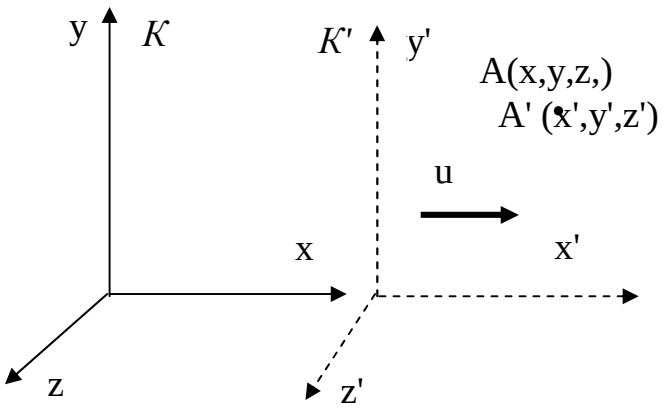


Рис. 31

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения системы отсчета, т. е. *t=t'*.

Дифференцируя x,y,z, получаем, что, ускорение точки *A* в системах *К* и *К'*, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, одинаково: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{u}$; $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(\vec{\upsilon}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{\upsilon}'}{dt} = \vec{a}'$, т. к. $\vec{u} = const$.

Таким образом, уравнения динамики ($\vec{F} = m\vec{a}$) при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не изменяются, т.е. являются инвариантными по отношению к преобразованиям координат.

Но уравнения электродинамики (уравнения Максвелла) оказались неинвариантными по отношению преобразований Галилея. Поэтому, чтобы сделать уравнения Максвелла инвариантными, Лоренц (1904) вместо преобразования Галилея предлагал свои, которые при $\upsilon << c$ превращаются в преобразования Галилея (табл. 3).

**Таблица 3 Преобразования Галилея и Лоренца**

| Преобразования Галилея | Преобразования Лоренца |
|---|---|
| $K' \Rightarrow K$ | $K' \Rightarrow K$ |
| $x = x' + \upsilon t$<br>$y = y'$<br>$z = z'$<br>$t = t'$ | $x = \dfrac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$<br>$y = y'$<br>$z = z'$ где $\beta = \dfrac{\upsilon}{c}$<br>$t = \dfrac{t' + \dfrac{\upsilon x'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ |

Из преобразований Лоренца следует, что и расстояние, и промежуток времени между двумя событиями меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, в то время как в рамках преобразований Галилея эти величины считались абсолютными, не меняющимися при переходе от одной системы к другой. Иными словами, и расстояние, и промежуток времени (заодно и одновременность события в разных инерционных системах) являются **относительными величинами**. Кроме того, как пространственные, так и временные преобразования не являются независимыми, поскольку в их формулы входят и время, и координаты (т.е. мы имеем четырёхмерное пространство-время).

Преобразования Лоренца отражают и существенное отличие от классической механики – это наличие множителя $\dfrac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$, который появляется у релятивистских физических величин и при $\upsilon \to 0$ стремится к единице.

Например, масса движущейся со скоростью $\upsilon$ тела (**релятивистская масса**) $m = m_0/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$, где $m_0$ – масса этого тела в покое. Отсюда следует, что если $m_0 \neq 0$, то тело не может двигаться со скоростью $\upsilon = c$.

**Релятивистский импульс** $\vec{p} = m_0 \cdot \vec{\upsilon}/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$ получается от классического импульса $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$ при замене классической массы на релятивистскую.

Из постулатов СТО вытекает ряд важнейших следствий, касающихся свойств пространства и времени. Например, для выражения длины при переходе от неподвижной системы к движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}$ системе получается: $\ell_0 = \ell/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$, где $\ell_0$ и $\ell$ - длины в системе покоя и в движущейся системе соответственно.

**Линейный размер** тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения (**лоренцево или релятивистское сокращение длины**).

Длительность события в разных системах отсчета также связана аналогическими соотношениями: $\Delta t = \Delta t_0/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$, где $\Delta t$ – промежуток времени в системе покоя, а $t_0$ – промежуток времени в движущейся системе (**релятивистское замедление времени**). **Часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов.**

Формула геометрического сложения скоростей классической механики ($\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$) в СТО принимает вид: $\vec{\upsilon} = \dfrac{\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2}{1 + \dfrac{\vec{\upsilon}_1 \cdot \vec{\upsilon}_2}{c^2}}$. (9)

**Инвариантность скорости света** (второй постулат Эйнштейна) установлен как опытный факт. Схематически этот опыт можно представить таким образом (рис.32). По законам классической механики, скорость света *c* в разных инерциальных системах отсчета, представленных на рис. 32 а), б), в), г), должна быть различной: $c'=c+\upsilon$, $c'=c'-\upsilon$, $c'''=\sqrt{c^2+\upsilon^2}$.

Но высокоточные опыты Майкельсона (1881г) и Морли (1887г) показали, что $c=c'=c''=c'''$.

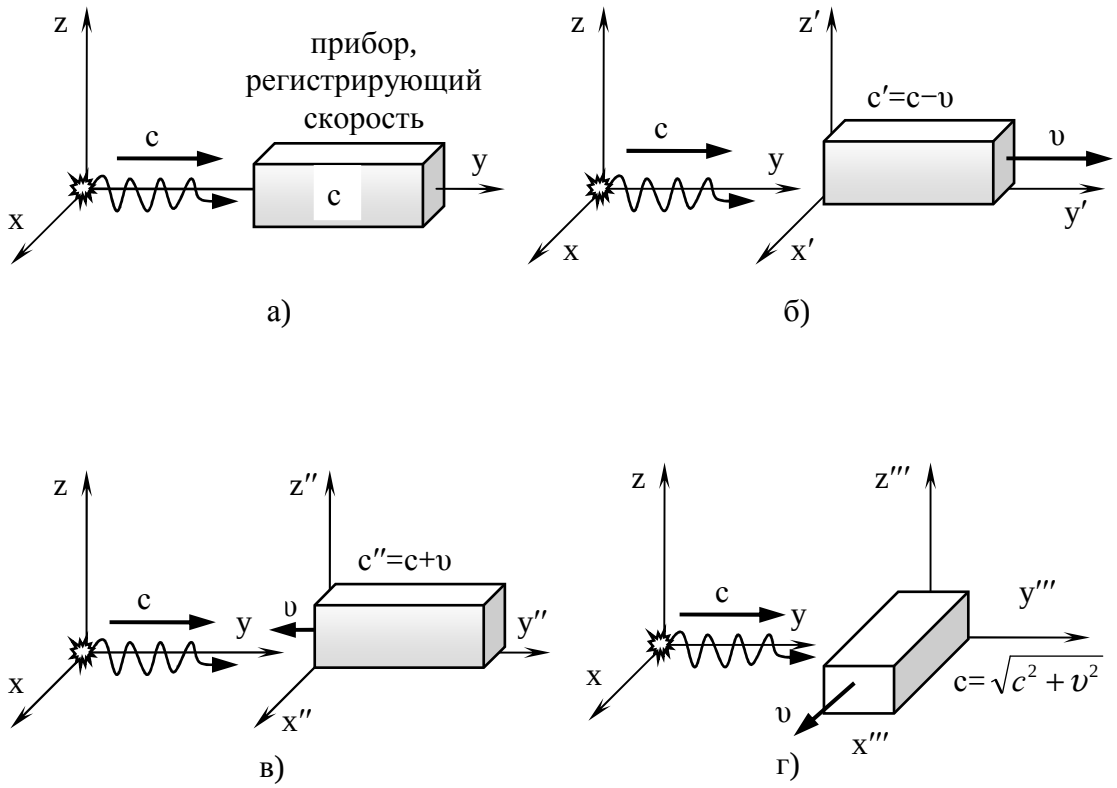



Рис. 32

Этот результат можно было объяснить, предполагая, что; либо неверен принцип относительности (инвариантности) Галилея − Ньютона (формулы преобразования Галилея), либо неверна вся система законов электродинамики и оптики (уравнения Максвелла).

В релятивистской механике масса появляется в новой ипостаси: если в классической механике масса характеризовала *инертные* и *гравитационные* свойства тел, то в *законе взаимосвязи массы и энергии* (А.Эйнштейн, 1905г.) она проявляется еще и в качестве характеристики *энергосодержания* тела. Изменение массы тела (или системы) сопровождается пропорциональным изменением его энергии: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$. Или, полная энергия системы равна произведению ее массы на квадрат скорости в вакууме: $E = mc^2 = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$ (10)

Из (10) следует, что даже покоящееся тело ($\vec{\upsilon} = 0$) обладает **собственной энергией,** или **энергией покоя** $E_0 = m_0 c^2$.

Наименьшей энергией $E_0$ тело (частица) обладает в системе отсчета, относительно которой оно покоится ($\vec{\upsilon} = 0$). Энергия покоя тела является его внутренней энергией. Она состоит из суммы энергий покоя всех частиц тела $\sum_i m_{0i} \cdot c^2$, кинетической энергии всех частиц и потенциальной энергии их взаимодействия. Поэтому $m_0 \cdot c^2 \neq \sum_i m_{0i} \cdot c^2$ и $m_0 \neq \sum_i m_{0i}$, где $m_{0i}$ – масса покоя *i*-й частицы.

В релятивистской механике несправедлив закон сохранения массы покоя. Например, масса покоя $m_0$ атомного ядра меньше, чем сумма собственных масс частиц, входящих в ядро. Но несохранение массы покоя не означает нарушения закона сохранения массы вообще. В теории относительности справедлив закон сохранения релятивистской массы. Он вытекает из формулы закона взаимосвязи массы и энергии $E = mc^2$. В изолированной системе тел сохраняется полная энергия. Следовательно, сохраняется и релятивистская масса. В теории относительности законы сохранения энергии и релятивистской массы взаимосвязаны и представляют собой единый закон сохранения массы и энергии. Однако из этого закона отнюдь не следует возможность преобразования массы в энергию и обратно. Масса и энергия представляют собой два качественно различных свойства материи, отнюдь не «эквивалентных» друг другу. Ни один из известных опытных фактов не дает оснований для вывода о «переходе массы в энергию». Превращение энергии системы из одной формы в другую сопровождается превращением массы. Например, в явлении рождения и уничтожения пары электрон – позитрон, в полном соответствии с законом сохранения релятивистской массы и энергии, масс у''' переходит в энергию. Масса покоя частиц (электрона и позитрона) преобразуется в массу фотонов, т.е. в массу электромагнитного поля.

Поскольку масса есть еще и мера **количества материи**, а энергия – мера **движения материи**, то этот фундаментальный закон природы – **закон пропорциональности массы и энергии** служит ярким подтверждением неразрывности материи и движения.

Справедливость формулы (10) подтверждается в экспериментах с ядерными реакциями и в превращениях элементарных частиц.

Таким образом, законы СТО более универсальны, чем законы классической механики: они применимы к любым скоростям движения, но для макротел, движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме) вполне достаточны более простые и удобные формулы классической механики. Законы классической механики получаются от формул релятивистской теории при $\upsilon << c$. Иными словами, СТО не отвергает, а уточняет представления и законы классической механики и устанавливает границы ее применимости.

# МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика **– раздел физики, изучающий строение и свойства вещества, исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из атомов и молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.**

В молекулярной физике применяют **статистический (молекулярно – кинематический) метод** исследования, который основан на том, что свойства макроскопической системы в конечном счете являются **усредненными** значениями динамических характеристик молекул, из которых состоят эти макроскопические тела.

Например, температура тела определяется скоростью хаотического движения его молекул и выражается через среднее значение скорости движения всех молекул (нельзя говорить о температуре одной молекулы).

**Термодинамика** - раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии **термодинамического равновесия** и процессы перехода между этими состояниями. Система находится в состоянии **термодинамического равновесия**, если ее **термодинамические параметры** (параметры состояния) не меняются с течением времени при неизменности внешних условий. Термодинамика изучает количественные закономерности превращения энергии в различных процессах (тепловых, механических, электрических, магнитных и др.), обусловленного тепловым (беспорядочным) движением молекул, но не рассматривая микропроцессы, и этим отличается от молекулярной физики. Термодинамика базируется на **двух началах – фундаментальных законах**, установленных в результате обобщения опытных данных.

Изучая одну и ту же систему, молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, отличаясь лишь различными методами исследования.

## *§ 1. Параметры термодинамических систем (параметры состояния)*

**Термодинамической системой** называется макроскопическое тело (или группа тел), которому свойственны процессы, сопровождающиеся переходом теплоты в другие виды энергии, и обратные процессы.

Параметрами термодинамических систем называется совокупность физических величин, которые характеризуют те или иные свойства термодинамической системы. Обычно в качестве таких параметров состояния выбирают **температуру (*T*), давление (*p*)** и **объем (*V*)**.

**Температура** – физическая величина, количественно описывающая интенсивность хаотического движения атомов и молекул (или вообще частиц) термодинамической системы.

Сейчас широко применяются две температурные шкалы:

- **Термодинамическая абсолютная температура,** или температура Кельвина (*К)* (в формулах обозначается *T).*

- **Международная практическая температура,** или температура Цельсия ($^0C$) (в формулах обозначается $t$ ).

Реперные, или опорные, точки для шкалы Цельсия − это температуры замерзания ($0^0$) и кипения ($100^0$) воды (при нормальном давлении). Для шкалы Кельвина реперная точка − это **тройная точка воды** (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар находятся в термодинамическом равновесии), температура которой равна 273,15 *К*. Так как $1\,K=1^0C$**,** то

$$T=273,15+t$$

Температура ***T=0 К*** называется **нулем Кельвина** или **абсолютным нулем,** который недостижим (в 1993г. в лабораториях была достигнута самая низкая температура $T=280\ nK=2,8\cdot10^{-10}\ K$).

**Давление *p*** − физическая величина, определяемая нормальной силой на единицу площади. Единица давления – **паскаль** (*П*а): *1 Па* равен давлению, создаваемому силой *1 Н*, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью $1м^2$ ($1\ Па = 1\ Н/м^2$).

Так как в молекулярной физике мы имеем дело с огромным количеством молекул, размеры и массы которых очень малы[10], то целесообразно применение более удобных единиц измерения для масс и количества молекул.

Масса молекул (атомов) измеряется **относительной атомной (молекулярной) массой $A_r$ ($M_r$)** (или просто **атомной (молекулярной) массой или весом**) - безразмерной величиной, равная отношению средней массы атома (молекулы) природной смеси изотопов элемента к 1/12 массе атома углерода $^{12}C$. Атомная единица массы - 1а.е.м.= 1/12 массы $^{12}C$.

$A_r$ или $(M_r)=\dfrac{m_0}{\frac{1}{12}m_0\left(^{12}C\right)}$, где $m_0$ и $m_0(^{12}C)$ − масса атома или молекулы и масса атома углерода $^{12}C$ соответственно.

Но масса атомов или молекул не являются мерой количества вещества (как, например, плотность вещества не является мерой количества веществ*а).*

Единица количества вещества – **моль** (*n*, иногда *ν*)– одна из основных единиц измерения в СИ (см. табл. 1 во введении). В одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул (атомов и т.д.), называемое числом или постоянной Авогадро :$N_A=6,022\cdot10^{23}\ моль^{-1}$ .

Если количество вещества *n* моль, то число молекул в теле $N=nN_A$.

Употребляют также такие понятия, как:

- **Молярный объем** ($V_m$) – объем одного моля $V_m=\nu\cdot M=\dfrac{M}{\rho}$.
- **Удельный объем** ($\nu$) − объем единицы массы.
- **Молярная масса** *(M)* − масса одного моля (киломоля) или размерная физическая величина, равная отношению массы вещества

---

[10]Размеры (диаметры) атомов и молекул $\sim10^{-10}$-$10^{-9}м$, размеры ядер атомов $\sim10^{-14}м$. Цепочка из *10 миллионов* молекул имел бы длину *1-10 мм* (до *1 см*). Например, масса атома водорода $\approx1,7\cdot10^{-27}кг$, масса молекулы воды $\approx30\cdot10^{-27}кг$, диаметр молекулы воды $\sim 3\cdot10^{-10}м$, а их количество в капле воды $\sim3\cdot10^{19}$; цепочка из такого количества молекул имела бы длину $3\cdot10^6\ км$, что *8 раз* больше расстояния Земля − Луна.

($m$) к количеству вещества ($n$). $M=m/n$ или $M=m_0N_A$, где $m_0$ масса одного структурного элемента (атома, молекула, иона…).

Числовые значения $\{M_r\}=\{M\}\cdot 10^3$ и $\{M\}=\{M_r\}\cdot 10^{-3}$

Из $M=m_0N_A$ и $m=m_0N$, получим $m/M=N/N_A=n$ − количество вещества в молях равно отношению массы вещества к его молярной массе.

$$N=nN_A=N_Am/M.$$

Когда тело или система однородны (т.е. его плотность всюду постоянна $\rho = const$), а масса $m$ не меняется (обычно рассматриваются замкнутые системы), то из $\nu = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$ вытекает, что $\nu \sim V$. Это означает, что при необходимости вместо удельного объема $\nu$ мы можем употреблять обычный объем системы $V$.

При нормальных условиях ($t=0^0$ $C$, $p=1атм$) молярные объемы всех идеальных газов одинаковы и равны $V_m=22{,}4м^3/кмоль=22{,}4л/моль$ (*закон Авогадро (1811г.)*).

Так как количество вещества в молях равно отношению массы вещества ($m$) к его молярной массе ($M$), то молярный объем

$$V_m = \frac{VM}{m}. \qquad (1)$$

Давление $p$ смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлении $p_1, p_2, \ldots p_n$ входящих в нет газов. Парциальное давление − давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал весь объем смеси пhи той же температуры: $p=p_1+p_2+\cdots+p_n$.

*§ 2. Законы идеальных газов*

В молекулярно-кинетической теории пользуются моделью **идеального газа.**

**Идеальным газом называется такой воображаемый газ, молекулы которого представляют собой упругие шарики крайне малого размера (материальные точки), не связанные друг с другом межмолекулярными силами, взаимодействие которых между собой и со стенками сосуда происходит посредством упругих соударений.**

Таким образом, у идеальных газов:

1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упруги.

Применение модели идеального газа весьма оправдано, так как реальные газы в нормальных условиях, (а также при низких давлениях и высоких температурах), близки по своим свойствам к идеальному газу.

Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется **термодинамическим процессом**.

Термодинамический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, причем после возвращения в исходное состояние в окружающей среде и в самой системе не должно остаться никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является необратимым.

Строго говоря, все реальные процессы необратимы, так как все они протекают с конечной скоростью и с теплообменом. Однако в некоторых случаях условия протекания процессов таковы, что их приближенно можно считать обратимыми и использовать при решении ряда конкретных задач.

**Обратимый процесс есть идеализированная модель реальных процессов, необходимая для успешного изучения последних.**

**Изопроцессами** (от слово *изос* - одинаковый) называются термодинамические процессы, протекающие в системе с неизменной массой при постоянном значении одного из параметров состояния системы: температуры ($T$), давления ($p$) или объема ($V$).

**Изотермическим** (изотермным) процессом называется термодинамический процесс, протекающий при неизменной температуре ($T=const$).

**Изобарическим** (изобарным) называется процесс, при котором давление сохраняется постоянным ($p=const$).

**Изохорическим** (изохорным) называется термодинамический процесс, протекающий при постоянном объеме системы ($V=const$).

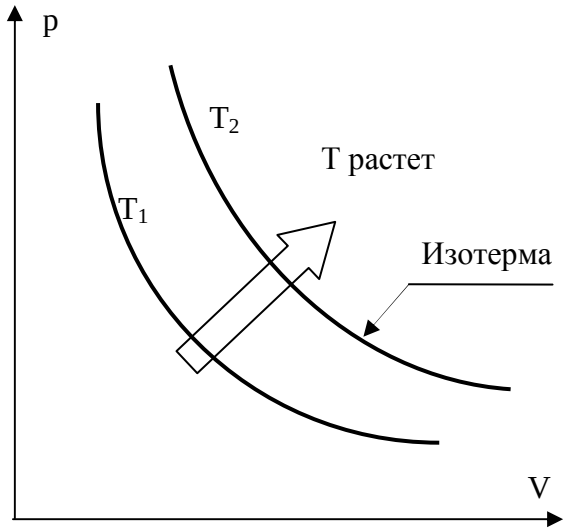



Рис.1

Соотношение, связывающие между собой параметры состояния газа, называется **уравнением состояния газа.**

Экспериментально для изопроцессов были установлены следующие газовые законы.

- **Закон Бойля – Мариотта** (1679г.)

Для данной массы газа ($m=const$) при постоянной температуре ($T=const$) давление газа изменяется обратно пропорционально его объему:

$$pV=const\ .$$

На рис.1 изображена зависимость $p$ от $V$ в виде изотерм, т.е. линии ( гиперболы) одинаковых температур.

- **Законы Гей-Люссака** (1802г.)

1. Объем данной массы при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

$V=V_0(1+\alpha t)$ при $p=const$, $m=const$ (рис.2, а)).

2. Давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой (иногда называют законом Шарля (1787г.)):

$p=p_0(1+\alpha t)$ при $V=const$, $m=const$ (рис. 2, б)).

В этих уравнениях $t$ − температура по шкале Цельсия, $p$ и $V$ давление и объем газа при температуре $t^0C$, $p_0$ и $V_0$ - давление и объем при $0^0C$, коэффициент $\alpha$ =1/273,15 $K^{-1}$ и **называется коэффициентом объемного расширения газа** или **термическим коэффициентом давления газа**.

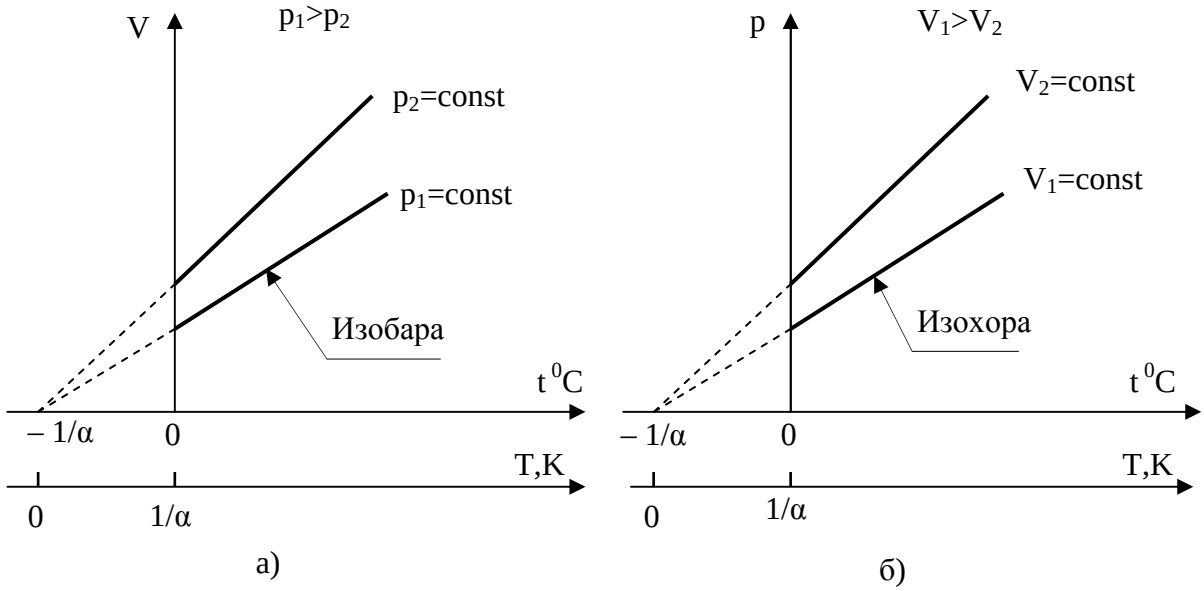



Рис. 2

При $t \approx -273\ ^0C$, $V$=0 (на рис.2 а)) или $p$=0 (на рис.2 б)), которое указывает границы применения этих законов. Учитывая, что $T=273,15+t$ , можно получить:

$V_1/V_2 = T_1/T_2$, или $V=V_0\alpha T$, при $p=const$, $m=const$; т.е. $V \sim T$.

$p_1/p_2 = T_1/T_2$, или $p=p_0\alpha T$, при $V=const$, $m=const$; т.е. $p \sim T$.

При $T=0$ прекращается хаотическое движение молекул, но не движение электронов в атоме.

Для некоторой массы газа $m$ существует определенная связь между $p$, $V$, $T$, называемая **уравнением состояния**.

$f(p, V, T)=0$, где каждая из переменных является функцией двух других.

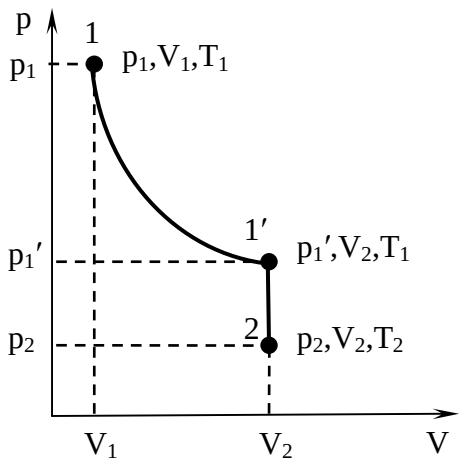



Рис.3

Используя законы Бойля – Мариотта и Гей-Люссака, Клапейрон вывел уравнение состояния идеального газа для любых термодинамических процессов. Выведем уравнения Клапейрона при помощи изотермических и изохорных процессов (рис.3).

Переход из состояния $1 \to 2$ происходит двумя процессами: $1 \to 1'$ (изотермический) и $1' \to 2$ (изохорный), для которых справедливы

$$p_1V_1=p_1'V_2 \quad \text{и} \quad p_1'/p_2=T_1/T_2.$$

Исключив $p_1'$, получаем $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$.

Т.к. точки *1* и *2* произвольны, то это равенство справедливо всегда, для всех точек и для данной массы газа.

$$\frac{pV}{T} = const = B,$$

где $B$ – газовая постоянная, зависящая от массы и типа газа.

Менделеев объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся это уравнение к одному молю, использовав молярный объем $V_m$. Согласно закону Авогадро, при одинаковых $p$ и $T$ моли всех газов занимают одинаковый молярный объем $V_m$, поэтому постоянная $B$ будет уже **одинакова для всех идеальных газов**. Эта общая для всех газов постоянная обозначается $R$ и называется **универсальной или молярной газовой постоянной.**

$pV_m=RT$ или, учитывая (1), $pV = \frac{m}{M}RT = nRT,$ (2)

где $R=8{,}31$ *Дж/(моль·К)*, $n$ − количество вещества в мольях.

Уравнение (2) называется **уравнением Клапейрона − Менделеева** или **уравнением состояния идеального газа.**

(Можно вывести уравнения Клапейрона − Менделеева из законов Бойля – Мариотта и Гей-Люссака, используя другие комбинации изопроцессов при переходе от одной произвольной точки ($pV$) пространства к другой произвольной точке).

Часто используют **постоянную Больцмана** (***k***): $k=R/N_A=1{,}38\cdot10^{-23}$ *Дж/К*.

Тогда из $pV_m=RT \rightarrow p=RT/V_m=kN_AT/V_m=N\cdot kT$

где $N=N_A/V_m$ − концентрация молекул (число частиц в единице объема).

Из $p=N\cdot kT$, видно, что давление идеального газа при данной температуре $p \sim N$ − концентрации или плотности газа.

При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1м газа при нормальных условиях, называется **числом Лошмидта:**

$$N_L = \frac{p_0}{kT_0} = 2{,}68\cdot10^{25}\,\text{м}^{-3}.$$

## *§ 3. Уравнение состояния реальных газов*

Реальные газы по своим свойствам близки к модели *идеальных газов* при нормальных условиях, а также *при достаточно высоких температурах и низких давлениях*. Например, в $1м^3$ газа, при нормальных условиях, содержится $2{,}68\cdot10^{25}$ молекул, занимающие $2{,}68\cdot10^{25}\cdot(10^{-10})^3\approx10^{-4}м^3<<1м^3$ объем. При давлении *500МПа (1атм=101,3кПа)* объем молекул уже $V_{молекул}\approx 0{,}5м^3$.

Поэтому для реальных газов в уравнении состоянии надо учитывать *собственный объем молекул* и ***силы межмолекулярного взаимодействия***.

Силы **межмолекулярного взаимодействия** (силы **Ван-дер-Ваальса**) − короткодействующие: они преобладают на расстояниях $\leq10^{-9}м$ и быстро убывают при $r\rightarrow\infty$.

**Между молекулами тела одновременно действуют силы взаимного притяжения (сцепления) ($f_{пр}$) и силы взаимного отталкивания ($f_{от}$).**

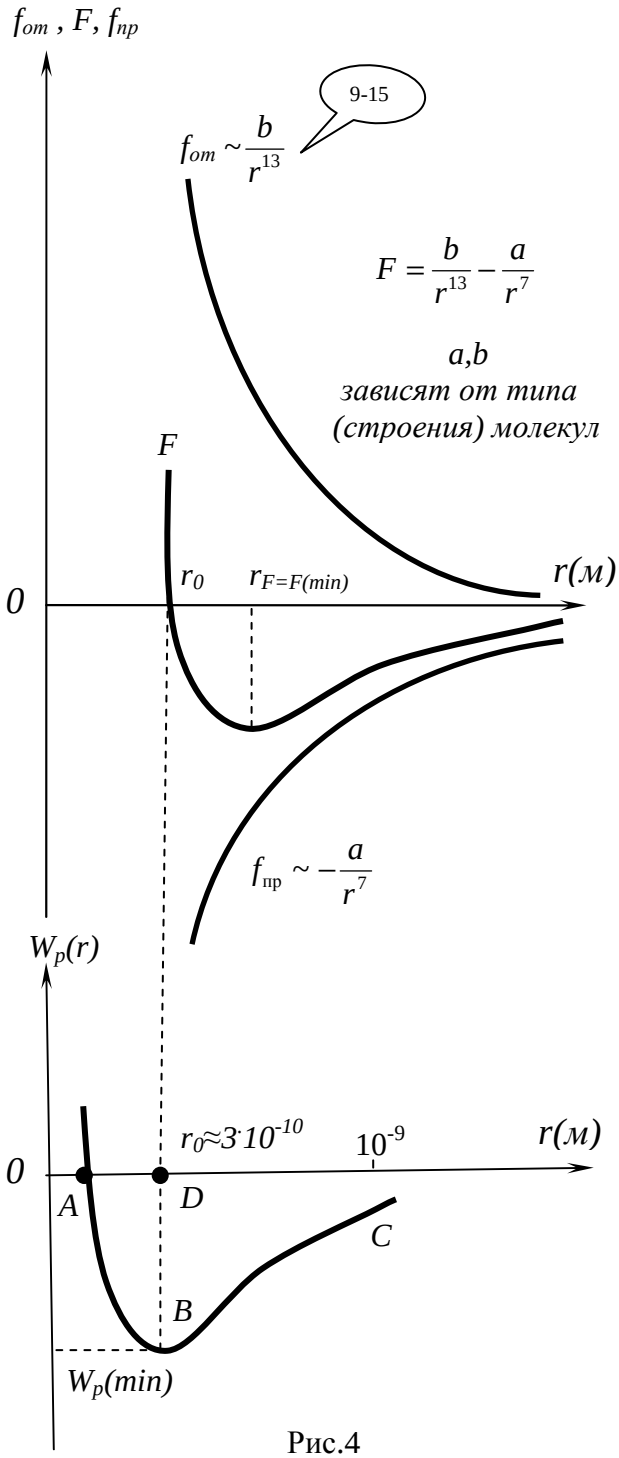


Рис.4

Эти силы межмолекулярного взаимодействия $f \sim \frac{1}{r^n}$, где для сил притяжения $n=7$, а для сил отталкивания $n=9 \div 15$. Например, на расстоянии $r \sim 10^{-9}$ *м* силы притяжения $f_{пр}(r) \sim -1/r^7$, *на расстоянии* $r \sim 10^{-10}$ *м*, $f_{от}(r) \sim 1/r^{13}$.

Как видно, эти силы (особенно силы отталкивания) очень быстро убывают с увеличением расстояниями между молекулами.

На расстоянии $r >> r_0$ силы притяжении стремятся возвращать частицы, компоненты молекул, прежнее состояние, при $r < r_0$ силы отталкивания препятствуют дальнейшему сжатию.

На графике $W_p$ *(r)* **Потенциальной энергии** взаимодействия двух молекул (рис. 4), которая составляет часть энергии этой системы, представлена потенциальная кривая этой зависимости. Участок *ABC* это **потенциальная яма** где точка *B* – дно ямы, а *DB* – глубина потенциальной ямы или высота потенциального барьера. Величина $W_p$ *(r)* измеряется той работой, которая совершается силой *F(r)*, при изменении расстояния между молекулами от *r* до ∞, где $W_p(\infty)=0$ (на ∞ две молекулы не взаимодействуют).

Устойчивое равновесие соответствует $W_p(min)$ на расстоянии $r_0 \approx 3 \cdot 10^{-10}$ *м*.

Таким образом, система из двух взаимодействующих молекул в состоянии устойчивого равновесия $(r=r_0)$ обладает минимальной потенциальной энергией $W_p(min)$.

Агрегатное состояние вещества можно характеризовать **средней кинетической энергией** $\bar{\varepsilon}$ молекул ($\bar{\varepsilon} \sim kT$):

Если $W_p(min)<<kT$, .вещество газообразное, т.к. тепловое движение препятствует соединению молекул.

Если $W_p(min)>>kT$,.вещество твердое, т.к. молекулы притягиваясь друг к другу, не могут удалиться на значительное расстояние и колеблются около $r=r_0$.

Если же $W_p(min)\approx kT$,.то вещество находится в жидком состоянии, т.к. в результате теплового движения молекулы перемещаются в пространстве, обмениваясь местами, но не расходясь на расстояние $r>r_0$/

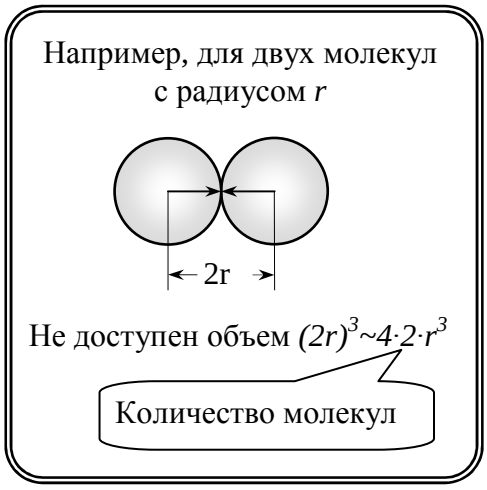
Таким образом, *любое вещество* в зависимости от $T$ может находиться в *газообразном*, *жидком* и *твердом* агрегатном состояниях, причем эта температура $T$ зависит от $W_p(min)$ для данного вещества.

## *Уравнение ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА или уравнение состояния реальных газов*

Как уже отмечалось, при низких температурах или высоких давлениях, когда молекулы газа находятся близко друг от друга, пренебрегать их размерами и силами межмолекулярного взаимодействия уже недопустимо.

Учитывая собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия, Я. Д. Ван-дер-Ваальс (1873г.) в уравнении Клапейрона – Менделеева ($pV_m=RT$) ввел две поправки и вывел уравнение состояния реального газа:

1. **Учет собственного объема молекул**. Из-за собственного объема фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газ, уменьшится и будет $V_m-b$, где $b$ – объем, занимаемый самыми молекулами. Недоступный объем $b$ равен **учетверенному собственному объему молекул**.




2. Учет притяжения молекул **приводит к появлению дополнительного давления на газ** (внутреннее давление) $\boldsymbol{p'=a/V_m^2}$**, где** $\boldsymbol{a}$ **– постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения,** $\boldsymbol{V_m}$ **– молярный объем.**

Таким образом, вводя эти поправки, **уравнение состояния реальных газов,** или уравнение Ван-дер-Ваальса, для моля газа имеет вид:

$$(p+a/V_m^2)(V_m-b)=RT \qquad (2)$$

Или для произвольного количества вещества $n$ газа (т.к. $n=m/M$ и $V=nV_m$)

$$\left(p+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu}-b\right)=RT \quad \text{или} \quad \left(p+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V-\nu b)=\nu RT\,,$$

где $a$ и $b$ постоянные, которые для каждого газа определяются опытном путем.

Из (2) видно, что в зависимости $p=f(V)$, $V$ присутствует в третьей степени, т.е. теоретические изотермы реальных газов (изотермы Ван-дер-Ваальса) не равнобочные гиперболы как изотермы для идеальных газов (рис. 1) и при низких температурах могут иметь два экстремума. Иными словами, уравнение (2), как уравнение третьей степени относительно $V$, может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный и два мнимых, лишенных физического смысла, корня. На рис.5 изображены изотермы Ван-дер-Ваальса для различных значений температуры и видно, что первому случаю соответствуют изотермы при низких температурах (три значения объема газа $V_1$ , $V_2$ и $V_3$ отвечают одному значению давления $p_1$), второму случаю – изотермы при высоких температурах. При некоторой температуре $\boldsymbol{T_к}$ на изотерме имеется лишь одна точка перегиба ***К*** **(критическая - точка перегиба** или **критическая точка),** которая соответствует критическому состоянию системы со своими критическими параметрами $p_к$, $V_к$, $T_к$.

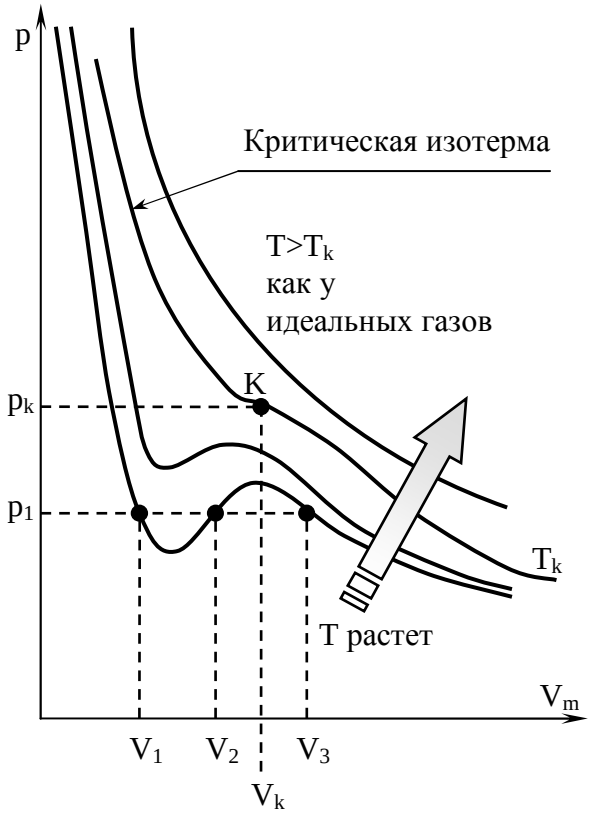



Рис. 5

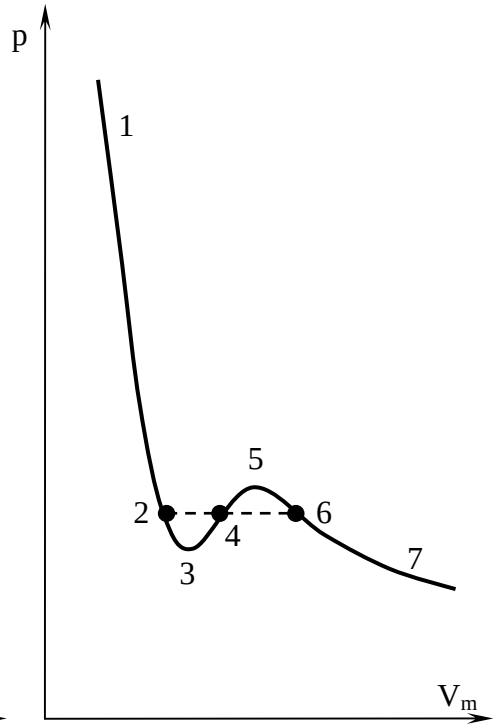



Рис. 6

При температурах $T< T_к$ изотермы Ван-дер-Ваальса имеют *волнообразный участок* и три корня. При высоких температурах ($T> T_к$) изотерма реального газа отличается от изотермы идеального газа лишь некоторым искажением ее формы, оставаясь монотонно спадающей кривой (уравнение имеет один корень).

В природе переходы из состояния 3→4→5 не осуществляются (рис. 6) (*при сжатии вещества давление увеличивается*), поэтому истинная изотерма − это линия, проходящая через точки 1-2-4-6-7. Экспериментально такая линия (изотерма для реальных газов) впервые была получена Эндрюсом в 1869г. незадолго до теоретических исследований Я. Д. Ван-дер-Ваальса.

## *§4. Основы термодинамики.*

*Первое начало термодинамики*

Основы термодинамики составляют **первое начало термодинамики**, которое описывает количественную и качественную стороны процессов превращения энергии тепловых (беспорядочных) движении молекул, и **второе начало термодинамики**, которое позволяет судить о направлении этих процессов.

**Внутренняя энергия** термодинамической системы – это энергия хаотического (*теплового*) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц. Сюда не относится ни кинетическая энергия движения системы как целого, ни потенциальная энергия системы во внешних полях. Для идеальных газов, по определению, энергия взаимодействия микрочастиц не учитывается.

Внутренняя энергия – *однозначная функция* термодинамического состояния системы и при переходе системы из одного термодинамического состояния в другое, *изменение внутренней энергии* определяется *только разностью* значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

*Первое начало термодинамики* отражает закон сохранения энергии для термодинамических систем, где существуют две формы передачи энергии – работа и теплота: т.е. внутренняя энергия системы может изменяться в результате совершения над системой работы (двигая поршень, изменяем температуру) или в результате сообщения ей теплоты (энергии, переданной системе внешними телами путем теплообмена).

Допустим, что некоторая система (газ под поршнем), обладая внутренней энергией $U_1$, получила некоторое количество теплоты $Q$ и, переходя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией $U_2$, совершила работу $A$ над внешней средой, т.е. против внешних сил. Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа – положительной, когда система совершает ее против внешних сил.

Многовековый опыт показывает, что изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - A$$

или $$Q = \Delta U + A$$

или в более корректной, дифференциальной форме $\delta Q = dU + \delta A$,

где $dU$ − бесконечно малое изменение внутренней энергии системы (полный дифференциал),

$\delta A$ − элементарная работа (частный дифференциал),

$\delta Q$ − бесконечно малое количество теплоты (частный дифференциал).

Теплота, переданная системе, идет (расходуется) на изменение внутренней энергии системы и на совершаемую системой работу против внешних сил ***(первое начало термодинамики).***

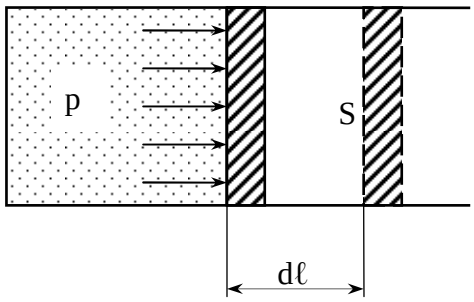
Первое начало термодинамики как обобщение закона сохранения и превращения энергии утверждает: **будучи несоздаваемой и неуничтожимой, энергия может видоизменяться.**

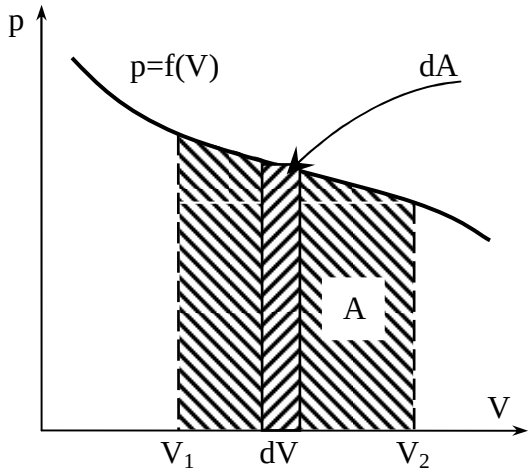
Если система *периодически* возвращается в исходное состояние, то $\Delta U=0$, тогда согласно первому началу термодинамики $A=Q$.

Т.е. *вечный двигатель первого рода* – периодически действующий двигатель, который совершил бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия (теплота) – *невозможен*.

Это тоже одна из формулировок первого начала термодинамики.

<u>*Работа газа при изменении его объема*</u>




$$dA=F\cdot d\ell=pSd\ell=pV$$

$$A=\int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Полная работа $A$, совершаемая газом при расширении от объема $V_1$ до объема $V_2$ , определяется площадью $A$ между кривыми $p=f(V)$, $p=0$, $V=V_1$, $V=V_2$.

Это справедливо при *любых* изменениях $V$ твердых, жидких и газообразных тел.

Графически можно изображать только *равновесные процессы* – процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало.

*Все реальные процессы неравновесны* (они протекают с конечной скоростью), но в ряде случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (*чем медленнее процесс протекает, тем ближе он к равновесному*).

В дальнейшем рассматриваемые процессы будем считать *равновесными*

***<u>Второе начало термодинамики</u>***

I начало термодинамики не указывает направление протекания термодинамических процессов. Можно представить множество процессов, не противоречащих первому началу, в которых энергия сохраняется, но в природе они не осуществляются. Чтобы определить направление протекания термодинамических процессов и ответить на вопрос, какие процессы в природе возможны, а какие нет, вводится понятие **энтропии** ($S$) как функции состояния термодинамической системы. Для определения энтропии рассматривают **приведенное количество теплоты** $\frac{\delta Q}{T}$ как отношение теплоты $Q$, полученной телом в изотермическом процессе, к температуре $T$ теплоотдающего тела.

Термодинамический процесс обратимый, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Любой равновесный процесс является обратимым, но реальные процессы − необратимые. Обратимый процесс − это идеализация реальных процессов (физическая модель).

Строгий термодинамический анализ показывает, что **в любом обратимом круговом процессе**

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 . \qquad (3)$$

Т. к. если интеграл по замкнутому контуру равняется нулю, то подынтегральное выражение есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, пройденного системой. Эта *функция состояния*, дифференциал которой является $\delta Q/T$, называется **энтропией** и обозначается $S$ (термин энтропия, от греч. слов «эн» – в, «тропе» – превращение – обращенная внутрь, недоступная для дальнейших превращений, ввел Клаузиус 1865г.). Таким образом,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS .$$

Из формулы (3) вытекает, что для *обратимых процессов* $\Delta S=0$.

В термодинамике доказывается, что *энтропия замкнутой системы*, совершающей *необратимый цикл*, возрастает: $\Delta S>0$.

Таким образом, *энтропия замкнутой системы* может *либо возрастать* (в случае необратимых процессов), *либо оставаться постоянной* (в случае обратимых процессов):

$\Delta S \geq 0$ (неравенство Клаузиуса).

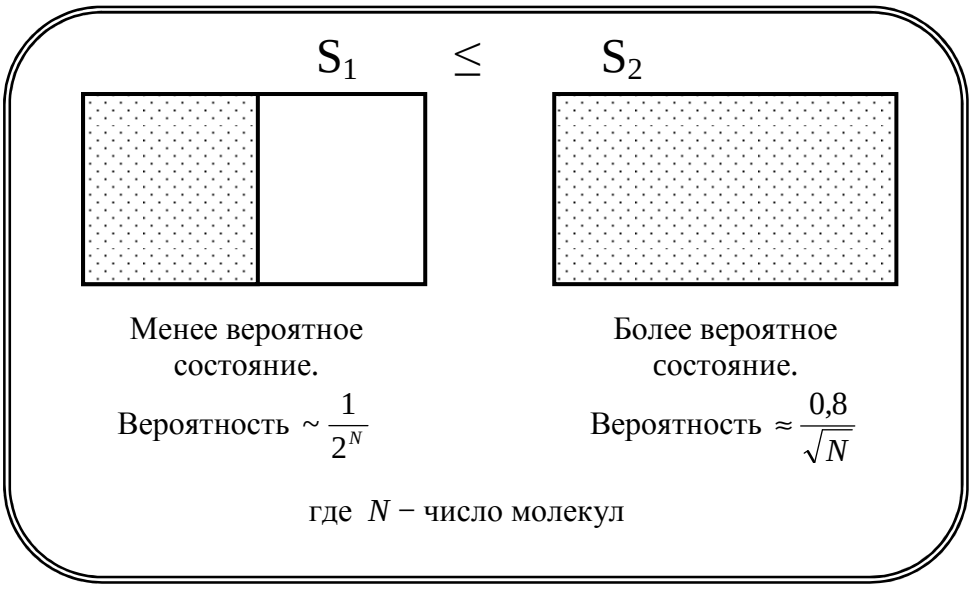
Так как реальные процессы необратимы, то **все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии** [*Второе начало термодинамики* (*принципа возрастания энтропии*)].

Энтропия может рассматриваться как мера вероятности состояния термодинамической системы.

**Все естественные процессы в изолированной термодинамической системе протекают так, что система переходит от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным** (которые являются также более беспорядочными). Это иное определение в*торого начала термодинамики*.

**В процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает.**

В незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом




(убывать, возрастать, оставаться постоянной).

*Энтропия* (как внутренняя энергия, масса, объем) обладает свойством *аддитивности*, т.е. *энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему* (в отличие, например, от температуры).

Еще две формулировки второго начала термодинамики

1. **Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу** (*Кельвин),*
2. **Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому** (*Клаузиус*).

Первая формулировка указывает, что *вечный двигатель второго рода* – периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты – *невозможен*[11].

[11] Например, в океанских водах содержится колоссальное количество энергии в виде теплоты. Охлаждение воды океанов на $1^0$ дало бы ~$10^{24}$*Дж* теплоты, что эквивалентно полному сжиганию $10^{14}$*т* угля. Такое количество угля имел бы состав длиной $10^{10}$*км*, т.е. с размером Солнечной системы. Притом за первые 1700 лет такой «перекачки» теплоты температура воды в океане понизилась бы в среднем на одну сотую долю кельвина.

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ
# (ЭЛЕКТРОДИНАМИКА)

**Электродинамика** – раздел классической физики, изучающий электромагнитные поля и их взаимодействия. Она сохраняет важное место в современной физике, благодаря своей практичности и завершенности.

**Электромагнитным взаимодействием** называется взаимодействие между электрически заряженными частицами или макроскопическими заряженными телами. Они осуществляются посредством **электромагнитного поля,** которое является особой формой материи**.**

**Электромагнитное поле** делится на электрическое поле и магнитное поле. В каждой инерциальной системе отсчета электромагнитное взаимодействие можно разделить на электрическое и магнитное.

**Электрическое поле (*Э.П.*)** – особый вид материи, посредством которого взаимодействуют электрическое заряды. *Э.П.* – одна из частей электромагнитного поля, которое создается эл. зарядами и заряженными телами (независимо движутся они или нет). Эти поля могут быть стационарными (не изменяющимися во времени) или нестационарными (переменными), если их характеристики меняются с течением времени.

Если заряженные частицы или тела неподвижны, то их взаимодействие осуществляется посредством **электростатического поля**.

Так же **магнитное поле** (*М.П.*) (одна из составной частей электромагнитного поля) – особый вид материи, посредством которого осуществляется магнитное взаимодействие. *М.П.* создается проводниками с током, движущимися электрически заряженными частицами и телами, а также намагниченными телами и переменным электрическим полем. Они так же бывают стационарные и нестационарные (переменные).

## Гл.1 ЭЛЕКТРОСТАТИКА

**Электростатика –** изучает взаимодействие и условия равновесия покоящихся электрически заряженных тел, а также свойства этих тел, обусловленные электрическими зарядами.

Электрические и магнитные взаимодействия человечеству известны давно, хотя сам термин электризация появился гораздо позже.

Еще в VII в. до н.э. древнегреческий ученый Фалес Милетский изучал электрические свойства янтаря, натертого мехом. Оказалось, некоторые предметы и вещества (янтарь, стекло, фарфор) натертые шелком (кожей, мехом, сукном) приобретают новые свойства, а именно, начинают притягивать к себе легкие предметы, например, мелкие куски бумаги.

Минерал магнетит описывался в трудах древнегреческих ученых ~ 800 л. до н.э..(Термин «магнит», то ли от названия греческого города Магнит, близ которого находились магнитные руды, то ли от имени греческого пастуха, который впервые нашел природный магнит).

Слово **электризация** (от греч. «электрон» – янтарь) предложил в XVI веке английский врач и физик Уильям Гилберт (1600). Янтарь (стекло, фосфор, эбонит) натертое шелком (кожей, мехом, сукном) электризуются.

Несмотря на огромное разнообразие вещества, электризация бывает только двух типов, названными Б. Франклином (1750г.) положительными и отрицательными.

Стекло (+) натертое кожей (–)

Эбонит (+) натертое мехом (–).

Многочисленными, парой трагическими (вспомним смерть помощника Ломоносова – Рихмана (1753г.) от удара шаровой молнии), опытами установлено, что **разноименно** наэлектризованные тела взаимно **притягивают**, а **одноименно** наэлектризованные тела - **отталкивают**.

До 1881 года эти явления объяснили особыми электрическими (+ и –) жидкостями перемещающихся внутри тела или перестекающихся из одного тела в другое, пока немецкий физик и физиолог **Гельмгольц** предложил гипотезу об **электрически заряженных элементарных частицах**, которая подтверждалась в 1897 г. открытием *электрона* (англ. физик Дж. Томсон) и в 1919 г. открытием *протона* (англ. физик Резерфорд).

**Заряд** – мера (особого) взаимодействия элементарных частиц. Элементарный электрический заряд – свойства электрона или протона, характеризующее их взаимосвязь с собственным электрическим полем и их взаимодействие с внешним электрическим полем.

Заряд электрона = – заряд протона.

$$\mathbf{e=-1{,}60091\cdot10^{-19}\ Кулон,\quad m_e=9{,}1082\cdot10^{-31}кг,\quad m_p=1836\cdot m_e}$$

Единица заряда Кулон (Кл) устанавливается из определения силы тока $I=\frac{dq}{dt}$ или $q=I\cdot t$.

1 Кл равен электрическому заряду, проходящему за 1 сек через поперечное сечение проводника с током *1А* (Ампер – основная единица в системе СИ и *1 Кл=1А·1с*). Все заряженные **элементарные** частицы имеют одинаковый по величине заряд, равный ***e*** (элементарный (наименьший?) электрический заряд). ***e*** $\Rightarrow$ «атом электричества»[12].

1964г. американские ученые Гелл-Манн и Цвейг предложили гипотезу о существовании более мелких элементарных частиц (**кварков**) с дробными зарядами, из которых состоят некоторые другие элементарные частицы.

Заряды кварков могут быть $\pm\frac{1}{3},\pm\frac{2}{3}$, но т.к. пока что не удается наблюдать кварки в свободном состоянии (отдельно), поэтому элементарным зарядом в данное время считается заряд электрона.

Аналогично определили <u>барионный</u> (составленные из кварков) <u>заряд</u> и <u>лептонный</u> (электронный, мюонный или таулептонный) <u>заряд,</u> для которых справедливы законы сохранения этих зарядов. Но эти заряды существенно отличаются от электрических зарядов, поскольку они не являются источни-

[12] Позже были обнаружены элементарные частицы с электрическими зарядами ±2.

ком дальнодействующего поля (как электрические или гравитационные), поэтому более точно их назвать не зарядами, а сохраняющимися квантовыми числами.

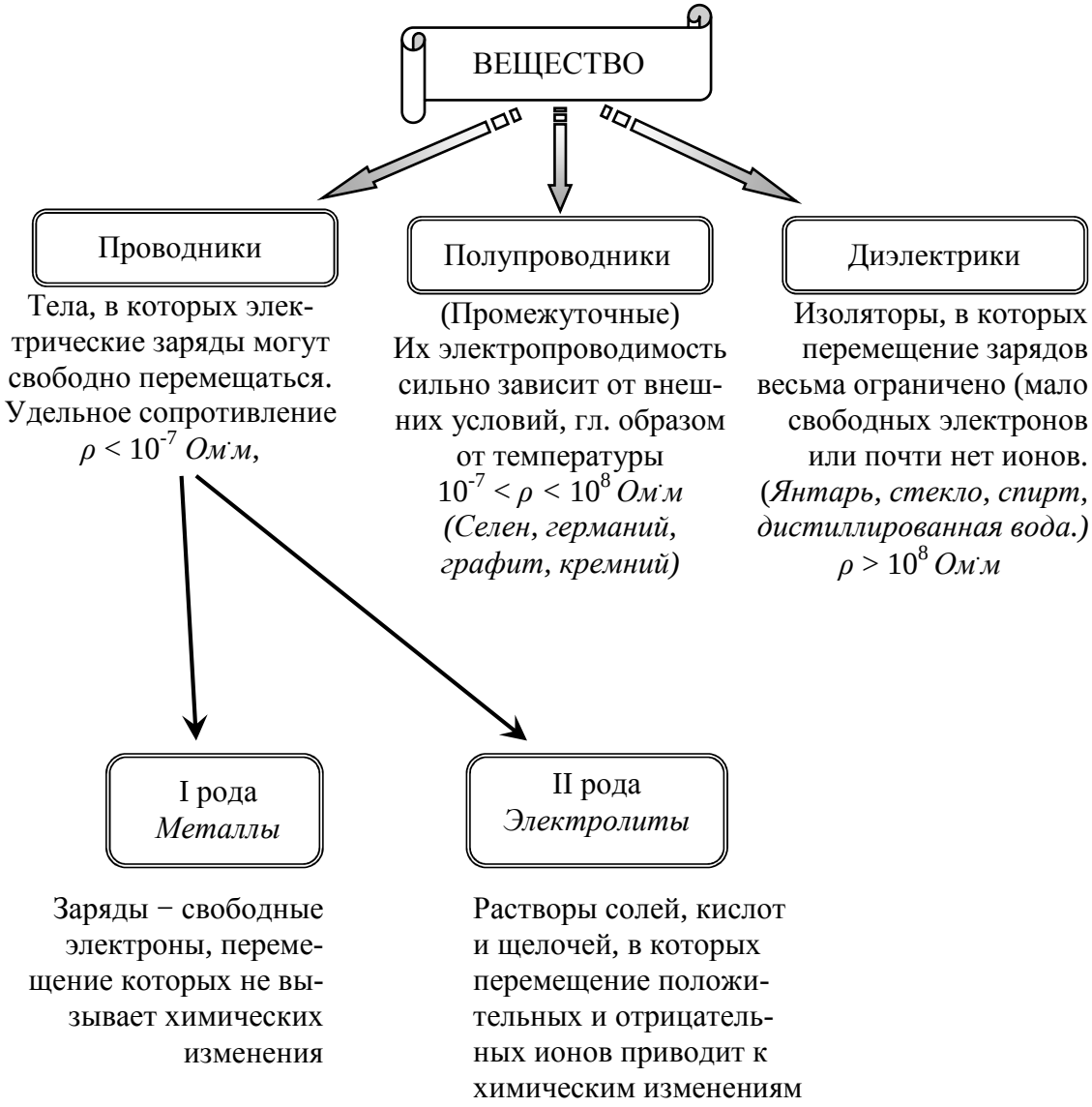
**Закон сохранения электрического заряда**. Фарадей (1843)

В изолированной системе **алгебраическая** сумма **электрических зарядов** остается **постоянной**.

Или в изолированной системе тел полный заряд сохраняется постоянным, независимо от того, какие процессы происходят в этой системе.

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const \text{ или } q_1 + q_2 + \cdots + q_n = q_1' + q_2' + \cdots + q_n'$$

По своими электрическими свойствами (в зависимости от концентрации свободных зарядов) тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники




**Проводники** – тела, в которых электрические заряды могут свободно перемещаться. Они бывают 2 типов – **металлы** (проводники I рода) и **элек-**

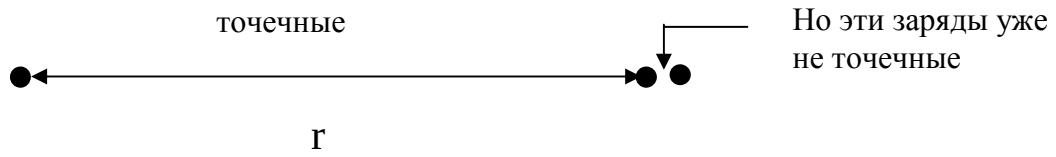
**тролиты (проводники** II рода). В металлах роль зарядов играют свободные электроны, перемещение которых не вызывает химических изменений. В Электролитах (в растворах солей, кислот и щелочей) роль электрических зарядов играют + и – ионы, перемещение, которых ведет к химическим изменениям.

**Диэлектрики** (изоляторы) – перемещение зарядов весьма ограничено (мало свободных электронов или почти нет ионов). К ним относятся янтарь, стекло, спирт, дистиллированная вода.

**Полупроводники** (селен, германий, кремний, графит и др.) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками и их электропроводимость в значительной мере зависит от внешних условий, главным образом от температуры.

## Закон КУЛОНА (1785г.)

Под **точечным зарядом** понимают такие заряженные тела или частицы, размеры которых малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.




Кулон ввел понятие количества электричества (заряда) и при помощи крутильных весов определил, что **сила взаимодействия *F* между двумя неподвижными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам $q_1$ и $q_2$ , обратно пропорциональна квадрату расстояния *r* между ними и направлена по линий, соединяющей эти заряды.**

$F \sim \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \Rightarrow F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ **,** сам Кулон определил, что индекс у ***r*** имеет значение $2 \pm 0{,}02$.

(Сейчас это доказано с точностью $10^{-12}$)

**Целесообразно (рационально)** взять $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Нм^2}{Кл^2}$,

где $\varepsilon_0$ - **электрическая постоянная** или электрическая или диэлектрическая проницаемость вакуума (устаревшее название). Множитель 4π здесь и в законе Ампера оправдан тем, что во многих практических формулах электричества (в том числе и в электротехнике и радиотехнике) потом вошел бы такой множитель, который усложнял бы часто употребляемые вычисления. И еще, 4π в законе Кулона как бы отражает факт сферической симметрии элек-

трического поля одиночного заряда. Такие формулы (где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$) называются **рационализованными,** на котором построена Международная система единиц измерения *СИ*. В *СИ* не можем принять k=1, т.к. единицы измерения **всех** физических величин в законе Кулона уже установлены ранее. Поэтому *k*, а следовательно $\varepsilon_0$ определяется опытным путем:

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{Кл^2}{Н \cdot м^2} = м^{-3} \cdot кг^{-1} \cdot сек^4 \cdot A^2$, потом $[\varepsilon_0] = \frac{[ф]}{[м]} =$ фарад на метр,

где $[ф] = \frac{[Кл]}{[в]}$, фарад – единица измерения электроемкости.

В системе *СГС* единица заряда устанавливается по формуле Кулона, поэтому там k=1 и закон Кулона имеет вид $F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.

Закон Кулона для **диэлектрической** среды имеет вид:

$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot r^2}$, где ε – **диэлектрическая проницаемость** среды, которая показывает во сколько раз сила Кулона *F* в данной среде **меньше**, чем в вакууме (для твердых диэлектриков она неприменима). Для вакуума *ε=1*

Для любого тела ε>1, то есть всегда сила, с которой заряды взаимодействуют, в диэлектрике меньше чем в вакууме.

для газов $\varepsilon \approx 1{,}02 \div \approx 1$

для жидкостей *ε* от *1,05*(Гелий $t=-269^0$),до *43* (Глицерин) и *88* (Вода $t=0^0$)

для твердых тел ε ~*2* (Парафин) до *1000−10000* (спец. керамика).

Закон Кулона справедлив и для шаров, на поверхности которых заряд распределен равномерно. Тогда *r* – это расстояние между центрами шаров.

Для остальных (пространственных) тел значение *F* находят интегрированием.

Так как силы Кулона направлены вдоль прямой, соединяющей заряды, (центральные силы), поэтому в окончательном, векторном виде закон Кулона пишется:

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r}$ Иногда (редко) в некоторых книгах пишется со знаком (-) для того, чтобы обозначать, что силы притяжения положительные, а силы отталкивания отрицательные.

Между движущимися зарядами существует также магнитное взаимодействие, которое тем более значительно, чем больше скорость движения зарядов.

**В отличия от массы, модуль заряда не зависит от скорости его движения.**

В атомах магнитные и гравитационные взаимодействия существенной роли не играют. Например отношение кулоновских сил к гравитационных ~$10^{42}$ (для водорода ~$2{,}3\cdot 10^{39}$ **«дуодециллион»** ).

$10^{42}$ – *тредециллион* (СССР, США, Франция, Канада…) или
*септиллион* (Англия, Испания, Германия…)

## *§1. Электрическое поле*

### §1.1. Силовые характеристики электрического поля

*Напряженность и поток напряженности.*

**Электрическое поле** – Особый вид материи, посредством которого взаимодействуют электрические заряды.

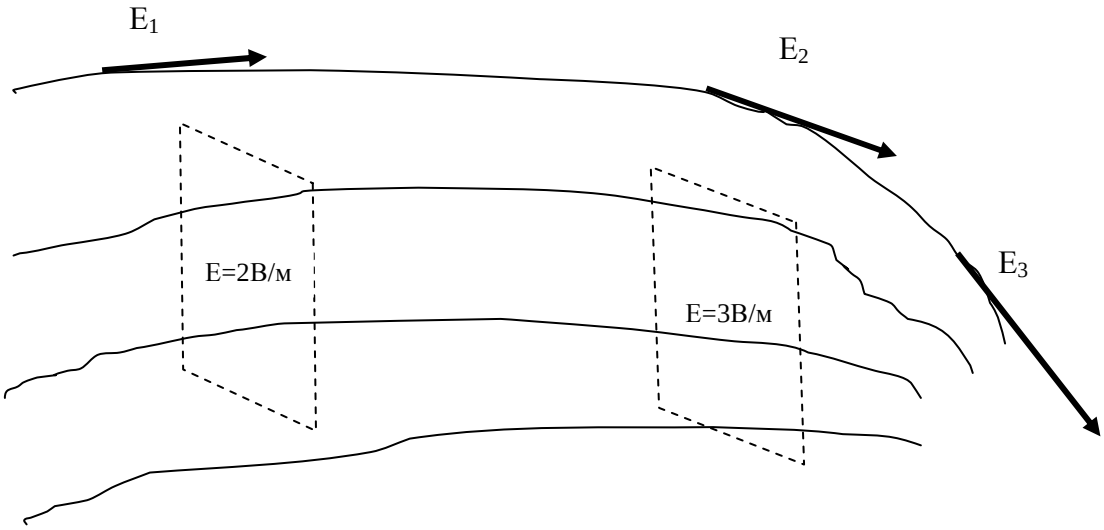
**Электростатическое поле** - Электрическое поле неподвижных заряженных тел (или частиц) при отсутствии в них электрических токов.

**Стационарное электрическое поле** – электрическое поле не изменяющихся электрических токов при условии неподвижности проводников с токами.

**Напряженность** $\vec{E}$ электрического поля данного заряда $q$ в данной точке это векторная величина, равная отношению силы, действующей со стороны поля на помещенный в данную точку *пробный* (**малый и положительный**) заряд $q_0$, к значению этого заряда.

$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$, т.о. напряженность эл. поля по величине равняется силе, действующий со стороны поля на единичный, положительный заряд.

$[E] = \dfrac{[F]}{[q]} = \dfrac{Н}{Кл} = м \cdot кг \cdot сек^{-3} \cdot A^{-1} = В \cdot м^{-1}$ или вольт на метр (вольт – единица измерения потенциала эл. поля)




**Силовой линией** эл. поля называется ***воображаемая*** линия, в каждой точке которой касательная совпадает с вектором $\vec{E}$.

Густота силовых линией такова, что число линий, пронизывающих воображаемую, перпендикулярную полю, площадку в $1м^2$, равнялось величине $E$ в данной точке. Надо особо отметить, что по определению, силовые линии не могут *пересекаться*. Для электростатических полей они начинаются вместе из одной точки (от положительного заряда) и заканчиваются на отрицательном заряде (этим же определяется направление силовых линий – от положительного заряда к отрицательному). Существует и другой тип полей, так называемые вихревые поля (магнитные, электрические), силовые линия которых не имеют ни начало, ни конца: они круговые, замкнутые.

Эл. поле **однородное,** если во всех его точках $\vec{E}$ одинакова.

Для *однородного поля* силовые линии представляют *параллельные линии*, расстояние между которых одинаково, а направление совпадает с направлением вектора $E$.

$\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E}$, $\vec{E}$ и $\vec{F}$ совпадают по направлению при положительном заряде $q_0$, и противоположны по направлению, если заряд $q_0$ отрицательный.

Для одиночного заряда $q$ напряженность поля $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot r^2}$, или $E \sim \dfrac{1}{r^2}$.

Принцип **суперпозиции** (или наложения, от латинского superposo - кладу наверх):

Напряженность $\vec{E}$ результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна **векторной (геометрической**) сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

## §1. 2. Энергетические характеристики электрического поля

(Потенциал электрического поля)

*Работа сил электростатического поля.*

Элементарная работа как скалярное произведение

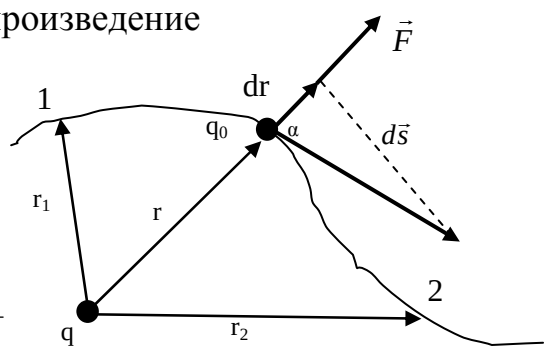
$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot \cos\alpha \cdot ds$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^3} \cdot \vec{r}$$

$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot dr$

*так как* $dr = \cos\alpha \cdot ds$

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{qq_0 dr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = \frac{-qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2}$$




Эта работа определяется только начальным и конечным положением пробного заряда $q_0$ ,т.е. **электрическое поле** является **потенциальным**, а кулоновские силы - потенциальными или консервативными (как гравитационные силы). Тогда работа $A_{1\to 2}$ перемещения заряда $q_0$ из точки 1 до точки 2

равна убыли потенциальной энергии $W_p$: $A_{1\to 2} = W_p(1) - W_p(2)$. Сравнивая с $A_{12}$ для выражения потенциальной энергии получаем: $W_p = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + C$.

Принимается $W_p\ (r\to\infty)=0$, тогда $C=0$.

$\frac{W_p}{q_0} = \varphi$ Не зависит от значения пробного заряда $q_0$ и служит энергетической характеристикой электрического поля (**потенциал электрического поля**).

φ = работе, совершаемой полем при перемещении **единичного, положительного** заряда из этой точки поля до бесконечности (∞).

Единица измерения потенциала $[\varphi]$ =*Вольт (В); 1В=*$\frac{1Дж}{1Кл}$;

Т.е. Вольт является потенциалом такой точки, при перемещении из которой заряд *+1 Кл* на бесконечность, совершается *1 Дж* работа.

$$[\varphi] = \frac{[A]}{[q]} = \frac{1Дж}{A\cdot сек} = м^2 кг\cdot сек^{-3} A^{-1}$$

Теперь уже можно найти, что $[E] \to \frac{Н}{Кл} = \frac{Н\cdot м}{Кл\cdot м} = \frac{Дж}{Кл\cdot м} = \frac{В}{м}$

В атомной физике, астрофизике и химии за единицу энергии обычно употребляется **электрон-вольт (эв).** За *1эв* принимается такое количество энергии, которая приобретает электрон пройдя разность потенциалов $\Delta\varphi=1в$.

$$\mathbf{1\ эв=1{,}6\cdot 10^{-19}\ Кл\cdot 1\ в=1{,}6\cdot 10^{-19} Дж}$$

Для сравнения; энергия теплового движения молекул при комнатной температуре ($T\approx 300K^0$) $kT = \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\,эв \approx \frac{1}{40}\,эв$

Таким образом, $\varphi = \frac{Wp}{q_0} = \frac{A}{q_0}$. Сравнивая с $A_{12}$ или $A_{1\to 2}$ и разделяя на $q_0$

$$\frac{A}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 \text{ или } A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Если $q_0$ заряд перемещается из точки с потенциалом $\varphi_1$ в точку с потенциалом $\varphi_2$, то силы поля совершают такую работу.

Иными словами, **разность потенциалов двух точек поля равна работе сил поля по перемещению единичного, положительного заряда из одной точки в другую.**

Из $W_p\ (r\to\infty)=0$ вытекает, что и $\varphi(\infty)=0$, но это несущественно, т.к. важна $\Delta\varphi$ : в формулах, обычно, присутствует именно разность потенциалов.

Знак потенциала определяется знаком заряда, создающего поля, таким образом, потенциал поля точечного заряда (или шара с однородным распределением зарядов при $r>R$, где $R$ -радиус шара):

$$\varphi = \pm\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot r},$$

где (-) относится к случаю отрицательного заряда а (+) к случаю положительного заряда.

Если $q<0$, то силы поля препятствуют перемещению единичного положительного (+) заряда на бесконечность, совершая тем самым отрицательную работу. Поэтому потенциал любой точки поля созданного отрицательным зарядом, является отрицательным (подобно тому, как отрицателен гравитационный потенциал любой точки поля тяготения).
Если же $q<0$, то силы поля сами перемещают единичный (+) заряд на бесконечность, совершая положительную работу. Поэтому потенциал любой точки поля $+q$ является положительным.

**Принцип суперпозиции** для потенциалов, создаваемые несколькими зарядами, означает, что **потенциал $\varphi$** результирующего поля равен **алгебраической** сумме потенциалов полей всех этих зарядов (так как потенциал поля скалярная величина):

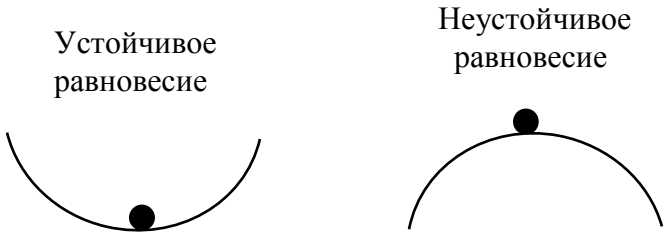
$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\cdots+\varphi_n=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i$$

Потенциальная энергия отталкивания одноименных зарядов $> 0$ и возрастает при сближении зарядов. Потенциальная энергия разноименных зарядов отрицательна и возрастает до нуля при удалении одного из зарядов в бесконечность.

Работа электрических сил отталкивания одноименных зарядов **положительна**, если заряды **удаляют** друг от друга, и отрицательна, если происходит сближение зарядов. Иными словами, работа электростатических сил **притяжения** разноименных зарядов **положительна**, если заряды сближаются и **отрицательна**, если они удаляются друг от друга.

**Всякая конфигурация покоящихся электрических зарядов неустойчива, если между ними действуют только кулоновские силы** (*теорема Ирншоу*).
Или иными словами, устойчивое статическое распределение электрических зарядов, находящихся на конечных расстояниях друг от друга, **невозможно.**

Надо отметить, что равновесие между многими разноименными зарядами может осуществляться при определенном их взаиморасположении и определенном соотношении между их величинами. Но это равновесие не будет устойчивым.




Механический аналог устойчивого и неустойчивого равновесия шарик в гравитационном поле.

Поверхность, во всех точках которой потенциал одинаков, называется **эквипотенциальной поверхностью**: перемещение заряда вдоль этой поверхности не сопровождается работой, так как при $\varphi=const$, $\Delta\varphi=0$.
А это значит, что в каждой точке **силовые линии электрического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.**

Свойства электростатических полей:

1. В каждой точке эквипотенциальной поверхности напряженность $\vec{E}$ перпендикулярна к этой поверхности и направлена в сторону убывания потенциала.
2. Работа по перемещению электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности равняется 0.

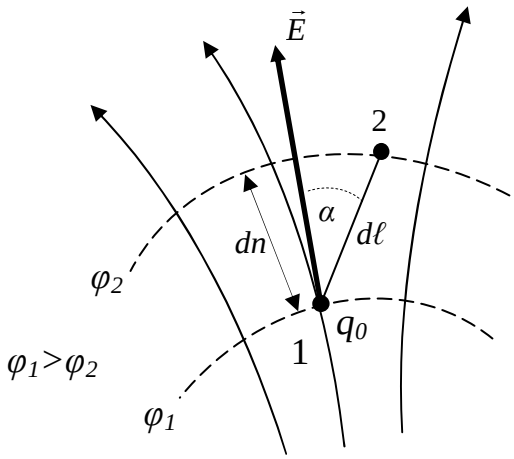
Например

Внутри проводника $\vec{E}=0$, а все точки объема проводника имеют одинаковый потенциал, совпадающий с потенциалом поверхности проводника.

Таким образом, электрическое поле графически можно изображать не только при помощи силовых линий, но и при помощи **эквипотенциальных поверхностей**: они обычно проводят так, чтобы $\Delta\varphi$ между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковыми.

*Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля*

По сущности, эта связь между силовыми и энергетическими характеристиками электрического поля.




На рисунке нанесены силовые линии (сплошные стрелки) и проекции эквипотенциальных поверхностей (пунктирные линии) электростатического поля. Элементарная работа, совершаемая полем при передвижении заряда $q_0$ из точки *1* в точку *2* , можно определить двумя способами:

$dA=q_0Ed\ell\cdot cos\alpha$

$dA=q_0(\varphi_1-\varphi_2)=-q_0(\varphi_2-\varphi_1)=-q_0d\varphi$

учитывая, что $d\ell\cdot cos\alpha=dn$

$$E=-\frac{d\varphi}{dn}$$

**Модуль напряженности поля (*E*) в данной точке определяется быстротой падения потенциала вдоль линии напряженности.**

Знак (-) показывает, что вектор направлен в сторону убывания потенциала.

$$\frac{d\varphi}{dn}=grad\varphi,$$

Градиент физической величины называется ее изменение, приходящееся на единицу расстояния в направлении наибольшего возрастания: $[gradf]=\frac{[f]}{[м]}$.

Понятие градиента применимо к любой физической величине (скорости, плотности, температуре, давлению и т.д.), если только она имеет пространственное распределение. Например, известно, что средний градиент температуры земной коры (геотермический градиент) направлен к центру Земли и

составляет около *0,003 К/м*. Это означает, что температура земной коры возрастает в среднем на $3^0C$ на каждые *100м* глубины.

В общем случае $grandU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$, который обозначается также **оператором Гамильтона** или **«набла»- оператором** ($\nabla U$).

Таким образом, $\vec{E} = -grand\ \varphi$ .

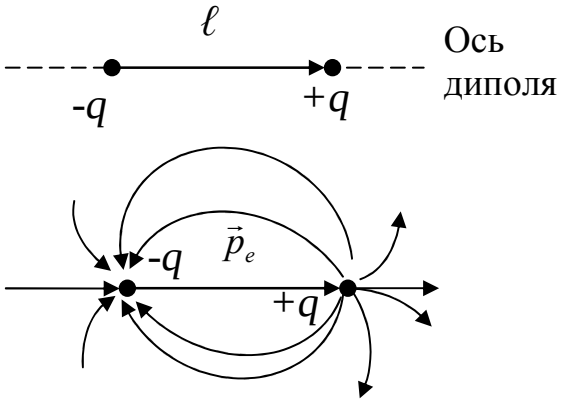
**Напряженность поля равна по величине и противоположна по направлению градиенту потенциала.**

Отсюда и другая единица измерения напряженности электрического поля – *Вольт на метр*: $[E] = \frac{[\varphi]}{м} = \frac{В}{м}$.

Для однородного поля $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, где *d*-расстояние вдоль линии напряженности между точками с $\varphi_1$ и $\varphi_2$.

## §1.3. Диполь

**Электрическим диполем** (от греч. ди- два и полос-полюс) **называется совокупность двух равных по величине, разноименных, точечных зарядов *q*, расположенных на некотором расстоянии *ℓ* друг от друга.**



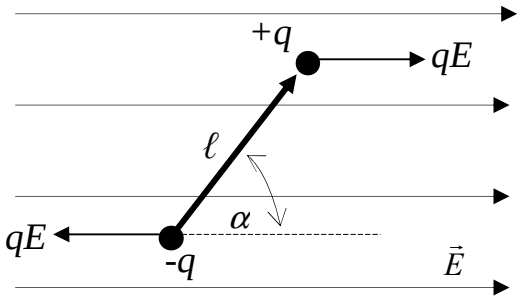

$q \cdot \vec{\ell} = \vec{p}_e$ где $\vec{p}_e$ – электрический момент диполя.

Считается, что он направлен от **–*q*** к **+*q*** , хотя в литературе по химии иногда $q \cdot \vec{\ell} = \vec{\mu}$, а направление от **+*q*** к **–*q***.

$[p_e]$=Кл·м, иногда, из-за малости используют внесистемную единицу **дебай(Д)**. ***1Д≈3,336·10$^{-30}$ Кл·м***

Вдали от диполя, при $r >> \ell$, $E \sim 1/r^3$.

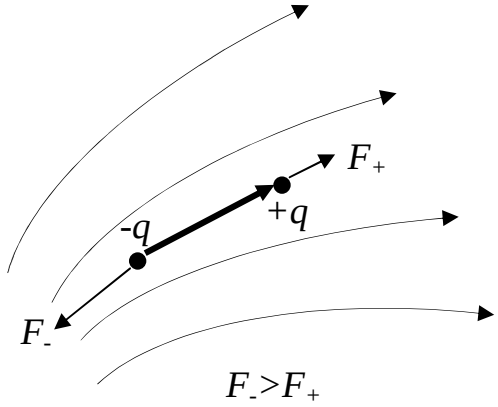
Два диполя взаимодействуют друг с другом, лишь находясь в непосредственной близости, т.к. для них **сила взаимодействия** $\sim 1/r^4$.



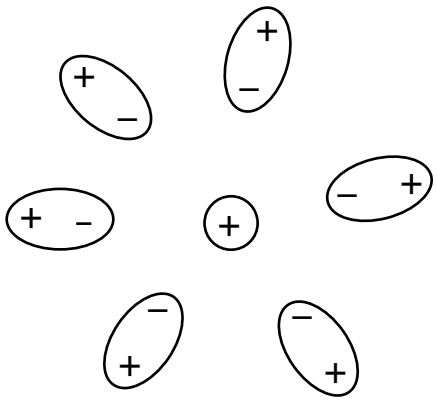

На диполь с электрическим моментом $\vec{p}_e$ в однородном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$ со стороны поля действует пара сил $q\vec{E}$ и $-q\vec{E}$, которая стремится повернуть диполь так, чтобы $\alpha=0$ ($\vec{p}_e \uparrow\uparrow \vec{E}$).Момент *M* этой пары сил $M=q \cdot E \cdot \ell \cdot sin\alpha$. Под воздействием этих сил диполь только поворачивается

вдоль силовых линий поля и остается на месте, т.к. действующие на нее силы равны по величине. Такое положение устойчиво, т.к. оно соответствует минимальному значению потенциальной энергии взаимодействия между полем и диполем. ($W_p=min$).

В неоднородном поле, где $E$ меняется от точки к точке, диполь не только ориентируется вдоль линии направлении, но и *втягивается в область более сильного поля* и чем больше $gradE$ , тем больше разность сил $\Delta F$ действует на диполь.

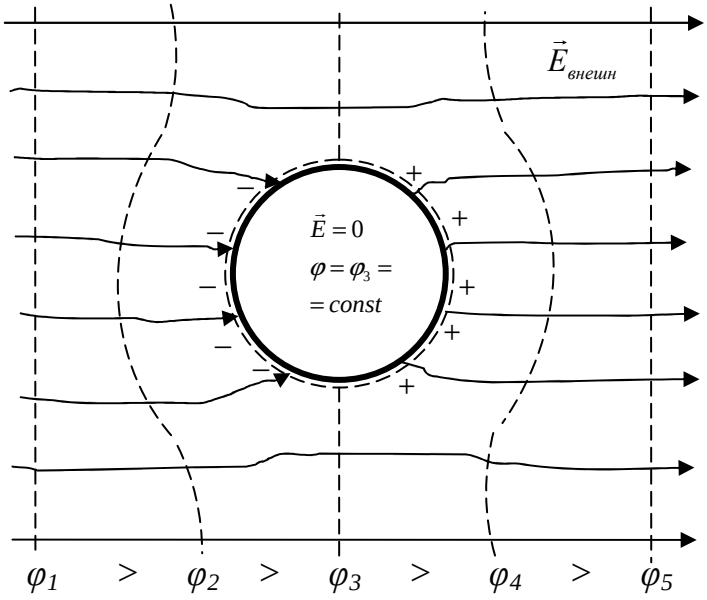



По этой причине ионы в жидких и газообразных средах с полярными молекулами «*обрастают*» оболочкой из молекулярных диполей.



## §1.4. Проводники в электрическом поле

**Проводник** – вещество, в котором может происходить **упорядоченное** перемещение электрических зарядов (т.е. создаваться электрический ток). Роль свободных зарядов у металлов играют свободные электроны ($n_e \approx 10^{28} \cdot 10^{29} м^{-3}$), а в растворах и у ионизованных газов – ионы. Который приводит к заметным переносом вещества или химическим превращением

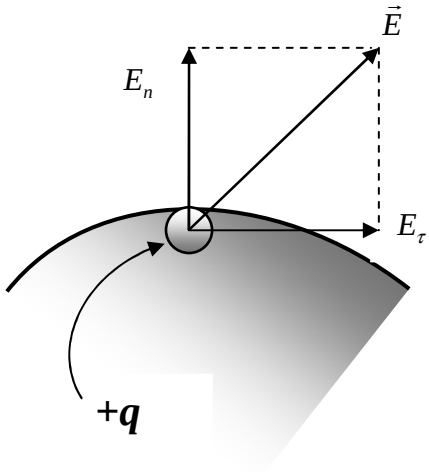



Внутри проводника, помещенного в электрическом поле, напряженность электрического поля

$\vec{E}_{внутр} = \vec{E}_{внешн} + \vec{E}_{инд}$,

где $\vec{E}_{инд}$ - напряженность индуцированного электрического поля.

**Электростатическая индукция** – это перераспределение поверхностных зарядов в проводнике под воздействием внешнего электростатического поля. Электрическое поле этих зарядов $\vec{E}_{инд}$ противостоит внешнему электрическому полю $\vec{E}_{внешн}$ и всегда $\vec{E}_{инд} = -\vec{E}_{внешн}$. Чем больше $\vec{E}_{внешн}$, тем больше зарядов накапливается на поверхности проводника, тем больше $\vec{E}_{инд}$. По этому внутри проводника эл. поле отсутствует ($\vec{E}_{внутр}$=0), и все точки проводника имеют одинаковый потенциал.




*Поверхность проводника – эквипотенциальная поверхность*: силовые линии у поверхности проводника перпендикулярны его поверхности, иначе заряды перемещались в сторону.

Электростатическое поле отсутствует и внутри полостей, имеющихся в проводнике (*электростатическая защита*).

Электрические заряды располагаются только на внешней поверхности проводника, но *неравномерно*: на остриях, выпуклых частях, ребрах, поверхностная плотность зарядов ($\rho$) наибольшая и там же напряженность поля зараженного проводника больше, вблизи впадин – $\rho$ меньше.

## §1.5. Диэлектрики в электрическом поле

**Диэлектрики** – вещества, которые не проводят электрический ток, хотя пробой диэлектрика возможен.

Существуют три группы диэлектриков.

1) Диэлектрики, состоящие из **неполярных молекул**;
2) Диэлектрики, состоящие из **полярных молекул**;
3) Диэлектрики, молекулы которых имеют **ионное строение**.

1) **Неполярные молекулы** (изолированные атомы, молекулы с центральной симметрией – $H_2$, $O_2$, $N_2$), у которых центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент $\vec{p}=0$.

2) **Полярные молекулы** (вода, аммиак, спирты, эфир, ацетон и др.), которые имеют асимметричное строение: у них центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают и из-за этого они обладают собственным дипольным моментом.

3) Диэлектрики с **ионным строением** имеют кристаллическую структуру с ионной решеткой, где каждая пара соседних разноименных ионов подобна диполю.

Под воздействием внешнего электронного поля в диэлектриках индуцируются *связанные* или *поляризационные* разноименные заряды, причем

$$|-q|=|+q|.$$

Процесс *смещения* положительных и отрицательных зарядов в диэлектрике называется **поляризацией**, степень которой характеризуется вектором поляризации $\vec{P}$, равным дипольному моменту единицы объема поляризованного диэлектрика.

Модуль вектора $\vec{P}$ – называют также *удельной поляризацией*.

$P=\dfrac{\left|\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_{e_i}\right|}{V}$, где $\vec{p}_{e_i}$ - дипольный момент $i$ -й частицы, а $V$- объем диэлектрика.

Единица измерения [$P$] – кулон на квадратный метр ($Кл{\cdot}м^{-2}$).

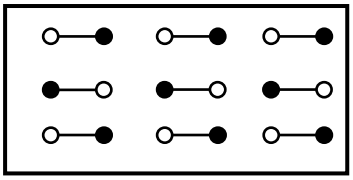
У **неполярных** молекул происходит смещение центр масс положительных (ядро) и отрицательных (электронные оболочки) зарядов – образуется индуцированный диполь. Это **деформационная (электронная) поляризация**, которая зависит от свойств диэлектрика и от $\vec{E}_0$, но не зависит от температуры $T$.

У **полярных** молекул происходит **ориентация** собственных жестких диполей (**дипольная** или **ориентационная поляризация**): она зависит от $\vec{E}_0$, $T$, и частоты переменного тока (диполь не успевает ориентироваться). У этих типов диэлектриков вклад деформационной поляризации весьма мал.

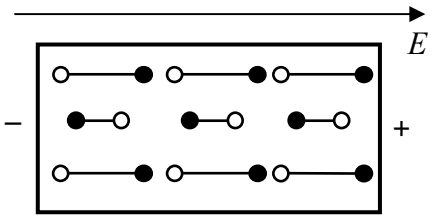
Когда $\vec{E}_0=0$, тепловое движение нарушает ориентацию диполей, перемешает все диполи и эти диэлектрик обычно становится неполяризованным.

Однако существуют вещества (**сегнетоэлектрики,** например, *сегнетова соль -Na $KC_4$ $H_4$ $O_6$ $4H_2O$, титанат бария – Ba Ti $O_3$*), у которых после снятия внешнего эл. поля сохраняется остаточная поляризация, т. к. у них роль диполей играют микроскопически объемы *(~$10^{-3}$см)* **самопроизвольной** поляризации (**домены**), дезориентация которых требует достаточно высокой температуры (так называемая температура или *точка **Кюри***).

Ионная поляризация наблюдается у ионных кристаллов, у которых подрешетки, образуемые положительными и отрицательными ионами, сдвигаются, образуя, подобно диполям, связанные заряды. Под воздействием внесшего электрического поля эти диполи деформируются: удлиняются, если их оси направлены по полю, и укорачиваются, если оси направлены против поля. Степень такой поляризации зависит от свойства диэлектрика и от $\vec{E}_0$.



В отсутствие внешнего электрического поля




Во внешнем электрическом поле

Некоторые кристаллы – **пьезоэлектрики** (кварц, турмалин и др.) поляризуются при механической деформации, т. к. их подрешетки обладают различной упругостью и пи сжатии или растяжении кристалла они смещаются друг относительно друг (**пьезоэлектрический эффект**). Существует и **обратный пьезоэффект**: во внешнем электрическом поле пьезоэлектрик изменяет свои линейные размеры в направлении поля (может по разным ребрам по разному). Пьезоэффект используется для преобразования электрических сигналов в механические и наоборот (датчики пульса, вибрации, микрофоны, телефоны, ультразвуковые излучатели).

Ослабление поля в диэлектрике обусловленное **поляризацией вещества**; происходит благодаря появлению на поверхности диэлектрика **связанных** зарядов, которые уменьшают $\vec{E}$.

Свойства диэлектрика поляризоваться в электрическом поле характеризуется величиной:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$

$\varepsilon$ – **относительная диэлектрическая проницаемость**, *которая показывает насколько раз напряженность электрического поля в вакууме $E_0$ больше напряженности эл. поля E в однородной, изотропной диэлектрической среде при создающих поле неизменных зарядах.*

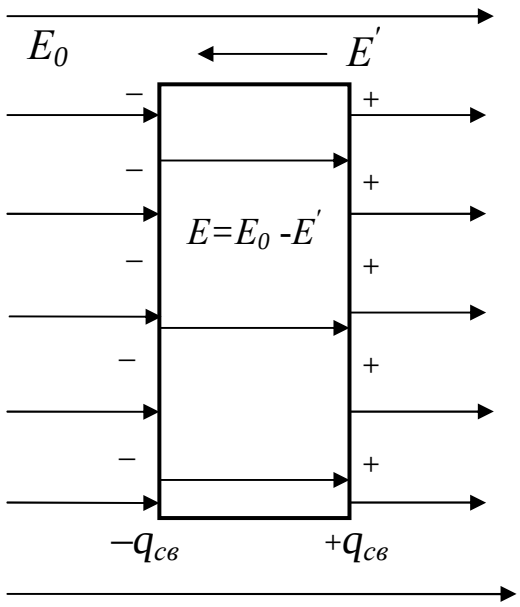
$\varepsilon$ – определяется только свойствами среды, в то время как $\varepsilon_0$ –зависит только от выбора системы единиц.

Диэлектрическая проницаемость всех газов близка к единице. У большинства неполярных диэлектрических жидкостей $\varepsilon$ лежит в пределах от *2* до *2,5*, у твердых диэлектриков – от *2,5* до *8*, у полярных жидкостей

– от *10* до *81*. У сегнетоэлектриков $\varepsilon$ достигает очень больших значений – порядка $10^4$, и, кроме того, существенно зависит от напряженности внешнего поля. Для вакуума $\varepsilon=1$, а для проводника $\varepsilon=\infty$.

$\varepsilon_0 \cdot \varepsilon = \varepsilon_{абс}$ , где $\varepsilon_{абс}$ –**абсолютная диэлектрическая проницаемость**, зависящий и от свойств среды, и от выбора системы единиц.

Модуль вектора поляризации $P \sim E$ и $P = \alpha \cdot \varepsilon_0 \cdot E$.




где $\alpha$ – коэффициент называемый **электрической восприимчивостью** или **поляризуемостью** диэлектрика. Он зависит от природы диэлектрика.

Связь между диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$ и $\alpha$:

$$\varepsilon = 1 + \alpha$$

отсюда $\alpha = 1 - \varepsilon$, тогда

$P = \varepsilon\, \varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E$

Для вакуума $\varepsilon=1$, $P = 0$.

Чтобы применять электростатические формулы к неоднородной диэлектрической среде, где на границах разных диэлектриков происходит скачки $\varepsilon$ и разрыв непрерывности (например, силовых линий), вводится новая физическая характеристика электрического поля: **вектор электрического смещения** или **вектор электрической индукции** $\vec{D}$ **(электрическая индукция)**.

$$\vec{D} = \varepsilon_{абс} \cdot \vec{E} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{для вакуума} \quad \vec{D}_0 = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_o$$

Размерность $[D]=[\varepsilon_0]\cdot[E]=м^{-2}\cdot с \cdot А$, а единицы измерения - *Кулон на квадрат метр*.

В средах с разными диэлектриками $\vec{D}$ остается непрерывным, поэтому целесообразно здесь тоже ввести понятия силовых линии и потока индукции $N_D$, вместо аналогичных величин для $\vec{E}$.

<u>*Электрическая индукция;*</u>

Точечного заряда $\rightarrow$ $D = \dfrac{q}{4\pi r^2}$,

Диполя $\rightarrow$ $D \sim 1/r^3$,

Бесконечной прямолинейной равномерно заряженной нити $\rightarrow D=\rho/(4\pi r)$,

Бесконечно равномерно заряженной плоскости $\rightarrow$ $D=\sigma/2$,

Между двумя бесконечно параллельными разноименно заряженными плоскостями $\rightarrow$ $D=\sigma$

## §1.6. Электроемкость

Физическую величину, характеризующую способность проводника накапливать на себе заряды, называется **электрической ёмкостью (электроемкостью).**

Если уединенному проводнику сообщить разное количество зарядов $q_1$, $q_2$, $q_3$,…$q_n$, то у него появиться потенциалы $\varphi_1$, $\varphi_2$, $\varphi_3$,… $\varphi_n$, но при этом всегда

$$\frac{q_1}{\varphi_1}=\frac{q_2}{\varphi_2}=\cdots=\frac{q_n}{\varphi_n}$$ (т.е. $\varphi \sim q$ или $q \sim \varphi$ и $q=C\,\varphi$).

Электроемкостью (***C***) называют отношение заряда уединенного проводника $q$ к его потенциалу $\varphi$:

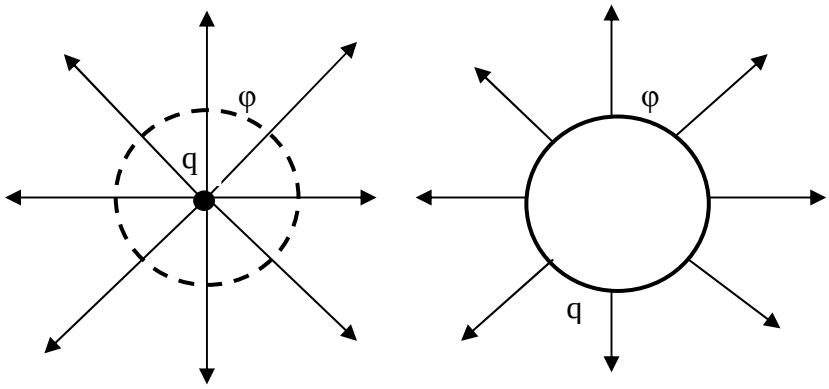
$$C=\frac{q}{\varphi}.$$

Таким образом, *электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, изменяющему потенциал проводника на единицу.*

Единица электроемкости **Фарад(Ф):** $1Ф=\frac{1Кл}{1В}$.

Размерность электроемкости $[C]=[q]/[\varphi]=м^{-2}кг^{-1}с^4A^2$.

***C*** зависит от размеров и форм проводника, но не зависит от материала и его агрегатного состояния. Для геометрически подобных проводниках ***C*** прямо пропорционально их линейным размерам. Например, т.к. для шара на расстояние $r$ от точечного заряда и на поверхности однородного шара с радиусом $r$ потенциал поля $\varphi$ один и тот же, тогда из потенциала точечного заряда $q$ ($\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$), получаем




$$C=4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon\,r.$$

(Кстати, отсюда $\varepsilon_0=\frac{C}{4\pi\varepsilon r}$, $[\varepsilon_0]=\frac{[C]}{[r]}$ и $[\varepsilon_0]$ = фарад на метр)

А также $r=\frac{C}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}$.

Для вакуума $\varepsilon=1$, при $C=1Ф$ и $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}ф/м$, получаем, что $r\approx9\cdot10^6$!

Т. е. *1**Ф*** – чрезвычайно большая единица электроемкости, поэтому применяются его миллионные и более мелкие части фарада:

***1 микрофарад (мкф) =10$^{-6}$ фарад***, что соответствует $r=9$ *км;*

***1 пикофарад (пф) = 10$^{-6}$ мкф =10$^{-12}$*** **ф**, что соответствует $r=0{,}9$ *см*.

У Земли ($R\approx6400$ *км*), $C=711$*мкф*).

Т.к. в природе нет уединенных проводников, то в широком смысле электроемкость определяется как **взаимная электроемкость** (или **взаимная емкость**) между двумя проводниками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Для двух проводников взаимная электроемкость – это физическая величина, численно равная заряду $q$, который нужно перенести из одного проводника на другой для того, чтобы изменить на единицу разность потенциалов между ними: $\varphi_1$ и $\varphi_2$ потенциалы этих проводников. Для уединенных проводников считается, что второй проводник находится в бесконечности, т.е. $\varphi_2 = 0$.

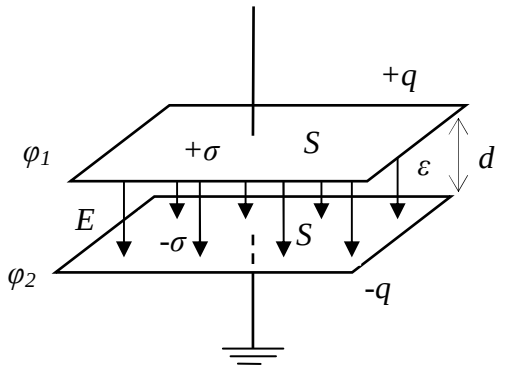
## §1.7. Конденсаторы

Как мы убедились уединенные проводники с большими $C$ имеют большие размеры. Но существуют системы (конденсаторы), которые дают большие $C$ при малых размерах.

**Конденсатор** – это система двух близких расположенных проводников (обкладок), разделенных слоем диэлектрика.

В зависимости от формы обкладок конденсаторы делят на плоские (обкладки – две плоские пластины), цилиндрические (обкладки – два коаксиальные цилиндры) и сферические (обкладки – две концентрические сферы).

У простейшего плоского конденсатора электрическое поле внутри обкладок однородна; $E=const$.




При зарядке одной из обкладке сообщается некоторый $+q$ заряд, а другую обкладку заземляют: на второй обкладке собирается равный $q$ , но противоположный по знаку заряд.

Из $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, учитывая, что $q=\sigma S$, $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$ и $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ (см. пример эл. поля между двумя параллельными плоскостями), получаем формулу плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Если обкладки имеют разные площади или частично перекрываются, то под $S$ подразумевается меньшая или покрывающаяся часть площади.

Иногда роль диэлектрика играет пропарафинированная бумага.

Для всех типов конденсаторов существует **пробивное напряжение** $\Delta\varphi$ - при котором происходит электрический разряд через слой диэлектрика.

Для **сферического** конденсатора $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}$, где $r_1$ и $r_2$ радиусы сфер. Когда $r_2 - r_1 = \Delta r << r_1 = r_2 = r$, тогда $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r^2}{\Delta r}$

Для **цилиндрического** конденсатора $C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 \ell}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$, где $r_1$ и $r_2$ радиусы оснований цилиндров, а $\ell$- его высота.

Такой конденсатор с $C = 10$ *мкф* имеет размер спичечного коробка. (Металлический шар имел бы $R \approx 90$ км).

В конденсаторе с **переменной** $C$ применяются газообразные или жидкие диэлектрики.

Существуют **Многопластинчатые** конденсаторы, для которых

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 kS}{d} \quad \text{или} \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 (n-1)S}{d},$$

где $k$ - число промежуток, $n$ - число пластинок, а $d$ – расстояние между пластинок.

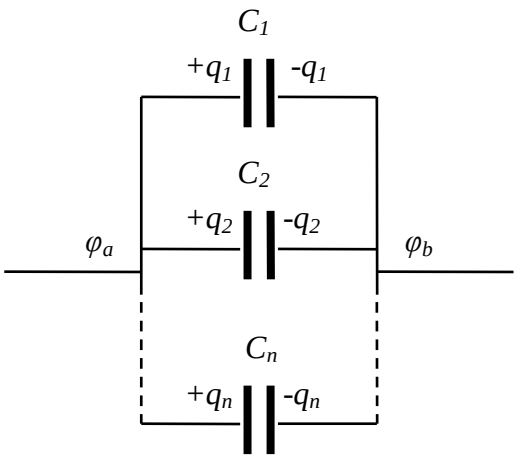
*Вне конденсатора электрическое поле почти отсутствует (E=0).*

Соседние проводники уже не влияют на $C$ конденсатора.

Конденсаторы можно рассматривать как накопители электрической энергии.

<u>*Батареи из конденсаторов*</u>

При **параллельном** соединении конденсаторов *полная электроемкость равна сумме электроемкостей отдельных конденсаторов.*

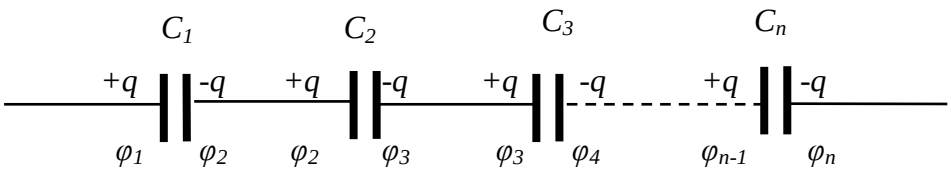



$$q = \sum q_i, \qquad \Delta\varphi_i = \varphi_a - \varphi_b, \qquad C_i = \frac{q_i}{\varphi_a - \varphi_b}$$

$$C = \frac{q}{\varphi_a - \varphi_b} = \frac{q_1}{\varphi_a - \varphi_b} + \frac{q_2}{\varphi_a - \varphi_b} + \cdots + \frac{q_n}{\varphi_a - \varphi_b}$$

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

При **последовательном** соединении конденсаторов величина обратная величине полной электроемкости, равна сумме величин, обратных электроемкостей отдельных конденсаторов.



Заряды всех обкладок одинаковы и равны $q$, тогда

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_n = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \cdots + (\varphi_{n-1} - \varphi_n)$

$$\frac{1}{C} = \frac{\varphi_1 - \varphi_m}{q} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{q} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{q} + \cdots + \frac{\varphi_{n-1} - \varphi_n}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

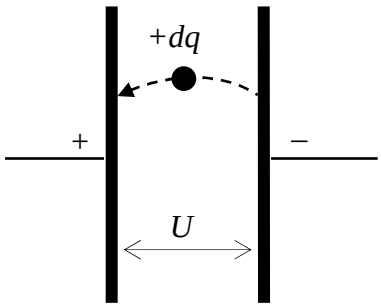
$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$ Например, при $n=2$, $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ .

**Биологические** конденсаторы у некоторых рыб (электрический скат, электрический угорь и др.) имеют довольно большие электроемкости, и у них напряжение может достигнуть $\Delta\varphi \sim 1000В$, а мощность $W \sim 1квт$ . Они состоят из проводящей (нервной) и непроводящей (соединительной) ткани.

Измеряя $C$ конденсатора с исследуемым диэлектриком и без него, можно определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика из соотношения $\varepsilon = C/C_0$.

## §1.8. Энергия электростатического поля

При мгновенных значениях $q(t)$ и $\Delta\varphi(t) = U(t)$, $C = \frac{q(t)}{U(t)}$




**Полная энергия** электрического поля $W_{эл}$ равна работе $A$ затраченное на зарядку конденсатора, которая при маленьких порциях $dq$ равна

$$dA = U(t) \cdot dq = \frac{q(t)}{C} dq$$

$$W_{эл} = \int dA = \int_0^q \frac{1}{C} q(t) dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Используя $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$ и $U = E \cdot d$

$W_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$ , где $V = Sd$ объем электрического поля.

**Плотность энергии** электрического поля $\omega_{эл} = \frac{W_{эл}}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$.

## Гл.2 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

**Электрическим током** (эл. ток) **называется упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.**

Носителями таких зарядов являются **электроны** в металлах, полупроводниках и вакуумных лампах или движущиеся **ионы** обоих знаков в электролитах и газах.

За *направление тока* принято считать (так сложилось исторически) направление движения *положительных зарядов*. Поэтому в металлах направление тока противоположно движению зарядов (отрицательных электронов).

Количественной мерой электрического тока служит **сила тока** $I$ – скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

**Ток, сила и направление которого не изменяются со временем, называется постоянным**; в противном случае ток называется **переменным**.

Для постоянного тока $q = I \cdot t$.

В системе единиц СИ единица силы тока ***ампер (А)*** – основная и определяется по электромагнитным свойствам электрического тока, а из формулы $q = I \cdot t$ устанавливается единица заряда *кулон (Кл)* в системе *СИ*. **Один кулон это такое количество заряда, который проходит через сечение проводника в течении одной секунды, при постоянной силе тока один *ампер*.**

$$1\ Кл = 1А \cdot 1с$$

В старых системах единиц (например, в СГСЭ – электростатической системе единиц или СГС) в качестве основной электрической единицы вводиться единица электрического заряда (не имеющая собственного названия) с использованием закона Кулона.

**Плотность тока $\vec{j}$ – это векторная величина, равная отношению силы тока *dI*, протекающего через площадку *dS*⊥ , перпендикулярную направлению движения носителей, к площади этой площадки:** ее модуль

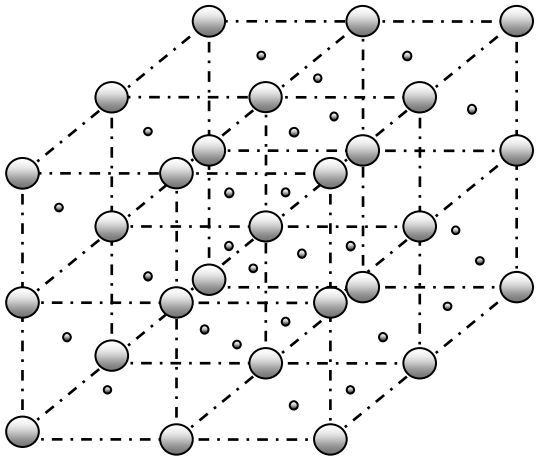
$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

Направление $\vec{j}$ – это направление средней скорости упорядоченного движения положительных носителей зарядов, а размерность равна - $А \cdot м^{-2}$.

$\vec{j} = qn\vec{\upsilon}_{+}$, где n - концентрация носителей зарядов, а $\vec{\upsilon}_{+}$ − средняя скорость их движения ($\vec{\upsilon}_{+} << \vec{\upsilon}_{тепловая}$).

Если эл. ток обусловлен движением отрицательных зарядов, то $\vec{j}$ и $\vec{\upsilon}_{-}$ направлены противоположно.

При замыкании электрических цепей ток устанавливается практически *мгновенно* во всем проводнике за время $t = \ell/c$ где $\ell$- длина цепи, $c$- скорость света, хотя средняя скорость движения электронов ($\upsilon \approx 10^{-3}$ *м/с*) гораздо меньше, чем средняя скорость теплового движения электронов ($\vec{\upsilon}_{тепловая} \sim 10^{5}$ *м/с*, при $T \approx 300K$) в нормальных условиях.



В отличие от электронной проводимости в металлах, электрический ток в электролитах (ионная проводимость) сопровождается химическими превращениями: на электродах или около них выделяются газ или вещество – часть продуктов разложения раствора электролита.

Если в токе участвуют ионов разных типов, то

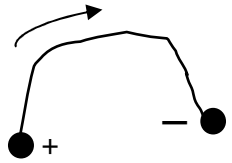
$$I=I_1^{+}+I_2^{+}+I_3^{+}+\cdots+I_1^{-}+I_2^{-}+I_3^{-}+\cdots$$

Для металла $n_e$ не зависит от $T$.

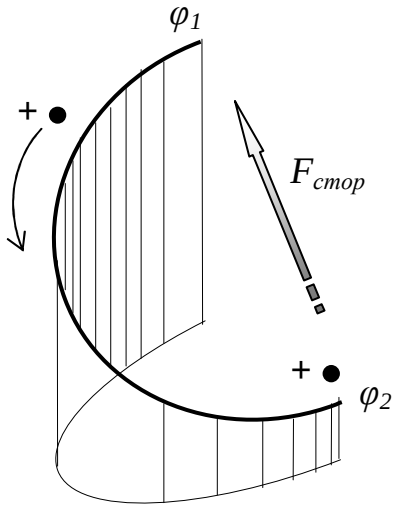
Сила тока $I$ в проводнике без разветвления везде постоянна и не зависит от площади поперечного сечения, материала и длины отдельных его частей, плотность же постоянного тока $\vec{j}$ зависит от площади сечения проводника $S$.

Существование электрического тока обнаруживается по его тепловым, химическим и магнитным действиям. Современными амперметрами можно измерятьпрохождение одного электрона ($10^{-18}$ампер). (Япония).

## §2.1. Электродвижущая сила *(ЭДС) ( $\mathscr{E}$)* источника




Если проводники с разными зарядами соединить между собой соединительным проводом, то заряды, переходя из одного проводника на другой, создают упорядоченное движение до тех пор, пока потенциал во всех точках системы не становится одинаковым. Эта простейшая эл. цепь. При замыкании эл. цепей эл. ток устанавливается практически мгновенно во всем проводнике за время $t = \ell/c$ где $\ell$- длина цепи, $c-$ скорость света (*короткое замыкание*).




Для поддержания электрического тока нужно, чтобы на носители тока действовали помимо кулоновских сил еще какие-то иные, неэлектростатические (некулоновские) силы (называемые сторонними силами), которые создавали и поддерживали

разность потенциалов в цепи. Это осуществляются устройствами, которые называются источниками или генераторами тока и где происходит превращение энергии какого-то вида (механической, химической и т.д.) в электрическую. Роль источника тока или генератора в электрической цепи – это непрерывное разделение разноименных зарядов и перенос положительных зарядов на полюс с $\varphi_1$. Поэтому *простейшая* эл. цепь тока должна состоит из *источника тока* или *генератора* и соединительного провода (естественно, что в цепь могут входит также и другие электрические элементы).

Характеристикой источников тока является **электродвижущая сила (*ЭДС*) −*ε*,** которая численно равна **полной работе (*A*), которая совершается сторонней электроразделительной силой внутри источника при перемещении между его полюсами единичного заряда:**

$$\varepsilon = A/q\ ,\ \text{где}\ q\text{- количество зарядов.}$$

Единица измерения *ЭДС – вольт.*

Внутри источника работа $A = A_1 + A'$, где $A_1$ − работа совершаемой против сил электрического поля внутри источника тока, а $A'$ − работа совершаемой против сил сопротивлении среды внутри источника.

$$A_1 = q(\varphi_1 - \varphi_2),\ \text{где}\ q = \sum q_i\ \text{арифметическая сумма всех зарядов}$$

$$\varepsilon = A/q = (\varphi_1 - \varphi_2) + A'/q$$

Если полюсы источника тока разомкнуты, то $\varepsilon = \varphi_1 - \varphi_2$ : когда ток отсутствует $A' = 0$, т.к. сторонные силы не перемещают заряды внутры источника тока, а лишь поддерживают установившееся (на полюсах) разделенные заряды. Т.о. *ЭДС* равна разности потенциалов между разомкнутыми полюсами источника тока.

$\varphi_1 - \varphi_2$ - на полюсах называется *напряжением источника тока.*

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon - A'/q = U$$

Точно так же на любом участке внешней эл. цепи

$$\varphi_a - \varphi_b = U$$

называется *напряжением* или *падением напряжения* на этом участке эл. цепи.

Учитывая, что $A = q\ (\varphi_2 - \varphi_1)$, для работы, совершаемой всеми силами (кулоновскими и сторонними силами) над зарядом в цепи, получим:

$$A = q\ (\varphi_2 - \varphi_1) + q\ \varepsilon.$$

**Напряжением (падением напряжения)** на участке цепи 1−2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении *единичного положительного заряда* на данном участке цепи:

$$U_{12} = (\varphi_2 - \varphi_1) + \varepsilon_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует *ЭДС*, т. е. сторонние силы отсутствуют.

## §2.2. Закон Ома для постоянного тока

Экспериментально установлено (Ом, 1826г), что сила тока $I$ в проводнике прямо пропорциональна напряжению $U$ между концами этого проводника:

$$I \sim U \text{ отсюда } I=kU,$$

где $k$ – **коэффициент электропроводимости проводника**.

Обычно берется $k=1/R$, где $R$ – **сопротивление** (активное) проводника.

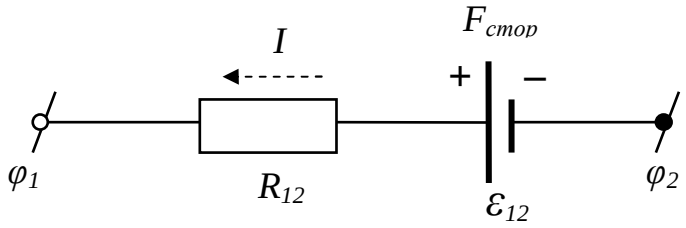
**Сила тока *I* в проводнике пропорциональна приложенному напряжению или разности потенциалов на конце проводника *U* и обратно пропорциональна сопротивлению *R* проводника.**

$$I=\frac{U}{R}.$$

Из этой формулы определяется единица сопротивления ***1 Ом*** (или $1\,\Omega$). 1 *Ом* – сопротивление такого проводника, в котором при напряжении *1Вольт* течет постоянный ток *1 Ампер*. *1 Ом = 1В/1А*.

Размерность сопротивления $R$ – $м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$.

Закон Ома для неоднородного участка цепи, когда помимо электрического элемента в цепи присутствует источник питания с *ЭДС*($\mathcal{E}_{12}$), определим, вычисляя работу и используя закон Джоуля – Ленца.




За $dt$ время через участок проходит $dq=Idt$ заряд. Работа

$$dA=dA_{кулон}+dA_{стор}=$$
$$=(\varphi_1-\varphi_2)dq+\varepsilon_{12}dq=dQ$$
$$dQ=I^2R_{12}dt=IR_{12}dq$$

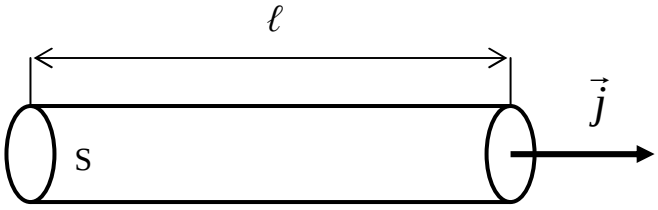
Отсюда

$$I=\frac{(\varphi_1-\varphi_2)+\varepsilon_{12}}{R_{12}}$$

Это и есть закон Ома для неоднородного участка цепи, где $IR_{12} = U_{12}$ напряжение или падение напряжения на участке $R_{12}$.

Сопротивление (активное) проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление $R$ прямо пропорционально его длине $\ell$ и обратно пропорционально площади его поперечного сечения $S$ (рис. 7.1 ).

$$R \sim \frac{\ell}{S}$$




Отсюда переход к равенству осуществляется коэффициентом пропорциональности $\rho$, который характеризует материал проводника и называется **удельным электрическим сопротивлением:** единица измерения $\rho$ – $Ом \cdot м$.

$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

Обратная величина $\gamma = \frac{1}{\rho}$ называется **удельным электрическим проводимостью** вещества.

Связь между плотностью $\vec{j}$ и силой тока $I$ получаем используя формулы: $\vec{E} = grad\varphi$, $E = \frac{dU}{d\ell}$, $dI = jdS = dU / R$, $R = \rho \frac{d\ell}{dS}$. Тогда

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\vec{E}$$

Это и есть *закон Ома в дифференциальной форме*. В таком виде закон Ома применим и к неоднородным проводникам, т.к. выражает связь между локальными величинами.

**Плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля и имеет одинаковое с ней направление.**

Вещество, у которых удельное сопротивление $\rho < 10^{-7}$ *Ом·м*, хорошо проводят электрический ток, поэтому они называются **проводниками**. У **диэлектриков** $\rho > 10^{8}$ *Ом·м*, поэтому они обычно непреодолимы для электрических зарядов. Удельное сопротивление большинства веществ лежит между указанными пределами. Характерной особенностью этих веществ, называемые **полупроводниками**, является возрастание электрической проводимости $\rho$ (уменьшение электрической сопротивления $R$) с увеличением температуры.

Как и у металлов, проводимость твердых полупроводников обусловлена перемещением электронов. Однако условия перемещения электронов в металлах и полупроводниках различны. В металлах эти электроны полностью оторваны от своих атомов и свободно перемещаются внутри металла, совершая хаотичное движение, средняя скорость которого зависит от температуры проводника. Когда появляется внешнее электрическое поле или разность потенциалов на концах проводника, на электроны действует дополнительная кулоновская сила, под воздействием которой они приобретают еще и направленное движение (против направления напряженности эл. поля). С повышением температуры увеличивается и средняя скорость хаотичного движения ионов, взаимодействием с которыми обусловлено сопротивление проводника. Поэтому с повышением температуры у проводников увеличивается активное сопротивление.

Опыт показывает, что в первом приближении у проводников изменение активного сопротивления с температурой описывается линейным законом:

$R(t)=R_0(1+\alpha t)$, где $R(t)$ и $R_0$ сопротивления проводника при температурах $t$ и $0^0C$ соответственно, *α – температурный коэффициент сопротивления* (для большинства чистых металлов при не очень низких температурах $\alpha \approx 1/273\ K^{-1} \approx 0{,}0037\ K^{-1}$, хотя может колебаться $(2\div7)\ 10^{-3}$ или иметь другие значение, например для ртути $\alpha \approx 0{,}0009\ K^{-1}$).

У полупроводников при низких и нормальных температурах имеется небольшое число *свободных* электронов: подавляющее большинство электронов связано (хотя весьма слабо) с атомами. Этим объясняется плохая прово-

димость полупроводников при таких температурах. Для того чтобы связанный электрон стал свободным и участвовал в создании электрического тока, нужна дополнительная энергия или, иными словами, необходимо увеличить его кинетическую энергию. Это происходит при повышении температуры полупроводника. Увеличение концентрации свободных электронов повышает проводимость и соответственно снижает сопротивление полупроводника. Правда, с ростом температуры усиливается хаотическое движение атомов полупроводника, тем самым затрудняется упорядоченное движение электронов, что вызывает увеличение сопротивление полупроводника. Однако влияние роста концентрации свободных электронов на сопротивление полупроводника преобладает над влиянием хаотического движения атомов. Причем влияние изменения температуры сказывается на изменении сопротивления больше у полупроводников, чем у металла (при изменении температуры на 1*К* сопротивление металла *возрастает* в среднем на *0,004*, а сопротивление полупроводника *уменьшается* в среднем на *0,06* сопротивления при нормальных температурах)

Существенным преимуществом полупроводника является то, что даже небольшое количество примеси могут очень сильно изменить сопротивление полупроводника (сотые доли процента примеси могут изменить сопротивление полупроводника в десятки раз).

У некоторых металлов (алюминия, цинк, свинец и др.) при $T < 10K$ ($T_{max} \approx 22,3\ K$) сопротивление $R$ скачкообразно уменьшается до нуля: металл становится **абсолютным проводником** (так называемое явление **сверхпроводимости**). Ток в таких цепях циркулирует сутками(!) (*незатухающий ток*) и может достигать $10^7\ A \cdot м^{-2}$, без выделения тепла. Сверхпроводниками могут быть и диэлектрики, например, водород, ксенон - газы, переведенные в твердое состояние (при очень низких температурах и высоких давлениях).

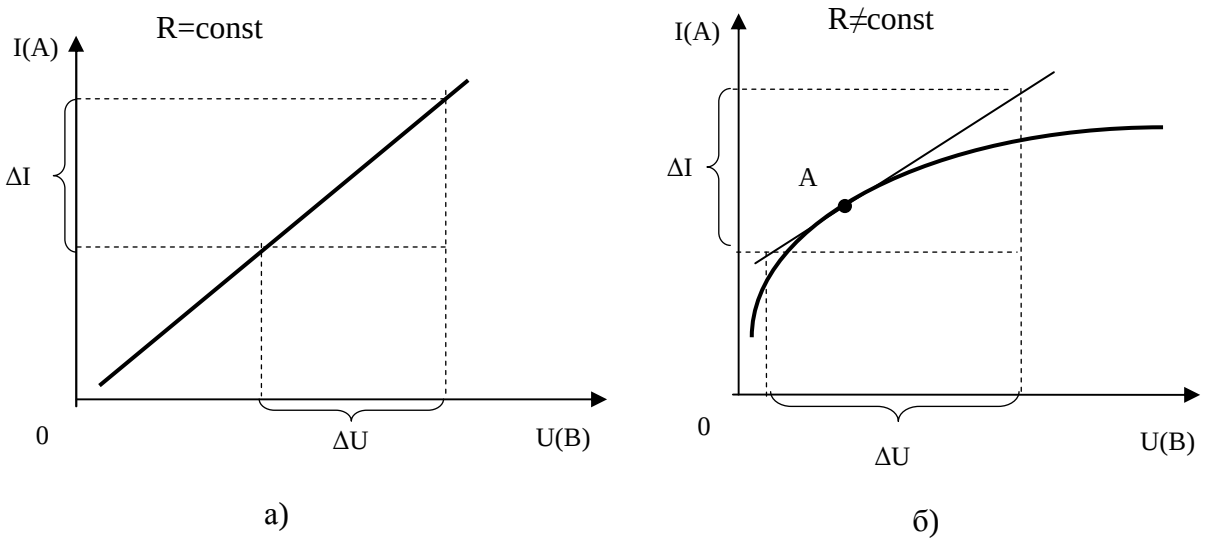
Сверхпроводимость уже применяется в практике, например, для создания очень сильных магнитных полей, но для ее широкого применения препятствуют низкие температуры, необходимые для осуществления сверхпроводимости. Сейчас ведется интенсивный поиск таких сверхпроводников, для которых сверхпроводимость протекла бы при более высоких (например, при комнатных) температурах.

Явление сверхпроводимости объясняется в рамках квантовой теории.

Физические свойства электрического элемента наглядно демонстрирует зависимость силы тока $I$, протекающий через этот элемент, от напряжения $U$, приложенного к нему (так называемая **вольт-амперная характеристика - ВАХ**).

Вид *ВАХ* нам подсказывает, с каким электрическим элементом мы имеем дело: **линейным** или **нелинейным**. У **линейных элементов** сопротивление в данном диапазоне изменении значении напряжении $U$, остается постоянной $R=U/I=const$, а это означает, что зависимость $I$ от $U$ линейна (левая часть на рис. а)). **Нелинейными** называются такие элементы, для которых отношение напряжения $U$ к силе тока $I$ не остается постоянным при изменении $U$ и $I$, т.е.

$R=U/I\neq const$; тогда *ВАХ* собой представляет кривую линию (правая часть на рис. б)).




## §2.3. Закон Джоуля-Ленца

Используя формулы для работы электрического тока и закон Ома, получаем $A = q\cdot\Delta\varphi = q\cdot U = I\cdot U\cdot t = I^2\cdot R\cdot t = \frac{U^2}{R}t$

Тогда мощность $W = \frac{A}{t} = I\cdot U = I^2\cdot R = \frac{U^2}{R}$

При единицах силы тока – *ампер*, напряжения – *вольт*, сопротивления – *ом*, времени – *секунда*, для работы имеем *джоуль*, а для мощности – *ватт*.

В электротехнике иногда как единицу работы используют *киловатт·час*.

*1 ватт·час* – соответствует работе тока мощностью в *1 Вт* в течении *1 ч*.

$$1\ Вт\cdot ч = 3600\ Вт\cdot с = 3600\ \frac{дж}{с}\cdot с = 3{,}6\cdot 10^3\ дж$$

Нагревание током происходит из-за того, что кинетическая энергия электронов (т.е. энергия тока) переходит в теплоту при каждом столкновении электрона с ионами решетки проводника (сопротивление проводника). Если падение напряжения *U* в проводнике вызвано одним только сопротивлением проводника, то вся работа тока *A* идет на нагревание проводника. Тогда количество теплоты *Q*, выделяющееся в проводнике, по закону сохранения энергии, определяется равенством:

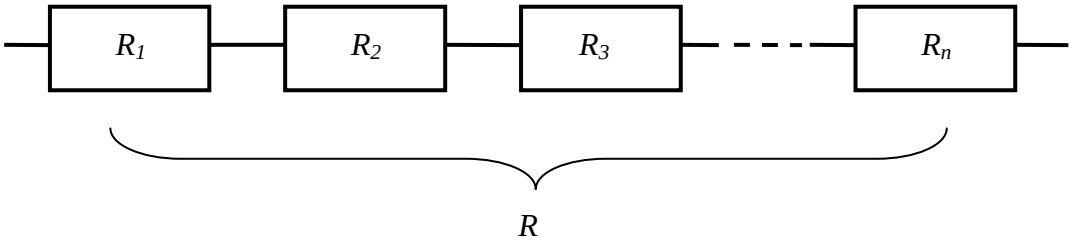
$$Q=A=I\cdot U\cdot t = I^2\cdot R\cdot t = \frac{U^2}{R}t$$

**Количество теплоты (*Q*), которое выделяется током в проводнике, прямо пропорционально силе тока (*I*), времени (*t*) его прохождения по проводнику и падению напряженности (*U*) на нем (*закон Джоуля-Ленца*).**

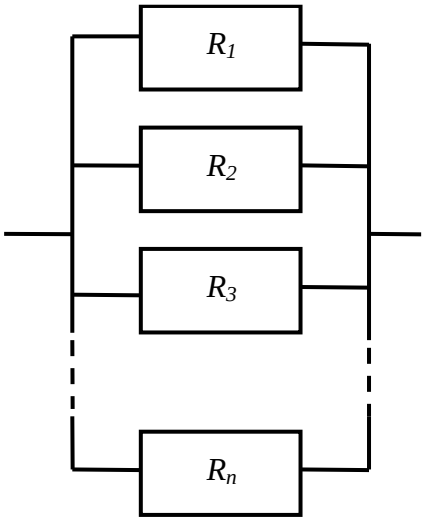
Из закона Джоуля-Ленца вытекает, что при *последовательном* соединении электронагревательных приборах наибольшее количество теплоты выделяется в электроприборе с *наибольшим* сопротивлением т.к. сила тока во всех

нагревателях одинакова. При *параллельном* соединении электронагревательных приборов наибольшее количество теплоты выделится в приборе с *наименьшим* сопротивлением (в этом случае одинаковым будет напряжение на всех приборах).

Иногда полезно эл. ток сравнивать с потоком жидкости.




При последовательном соединении различных сопротивлений, общее сопротивление $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_n$ или $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$




При параллельном соединении различных сопротивлений, общее сопротивление R определяется по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

или $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$, или $k = \sum_{i=1}^{n} k_i$

где $k$-электропроводимость

## РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ ЗАКОНА ОМА

$I = \frac{U}{R}$, в интегральной форме;

$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\vec{E}$, в дифференциальной форме;

$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}}$, обобщенной форме для неоднородного участка цепи

$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, для замкнутой цепи, содержащий источник *ЭДС;*

$I = \frac{U}{Z}$, для переменного тока, где $Z$- полное сопротивление или *импеданс* (зависит от способа соединений активного сопротивления, электроемкости и индуктивности).

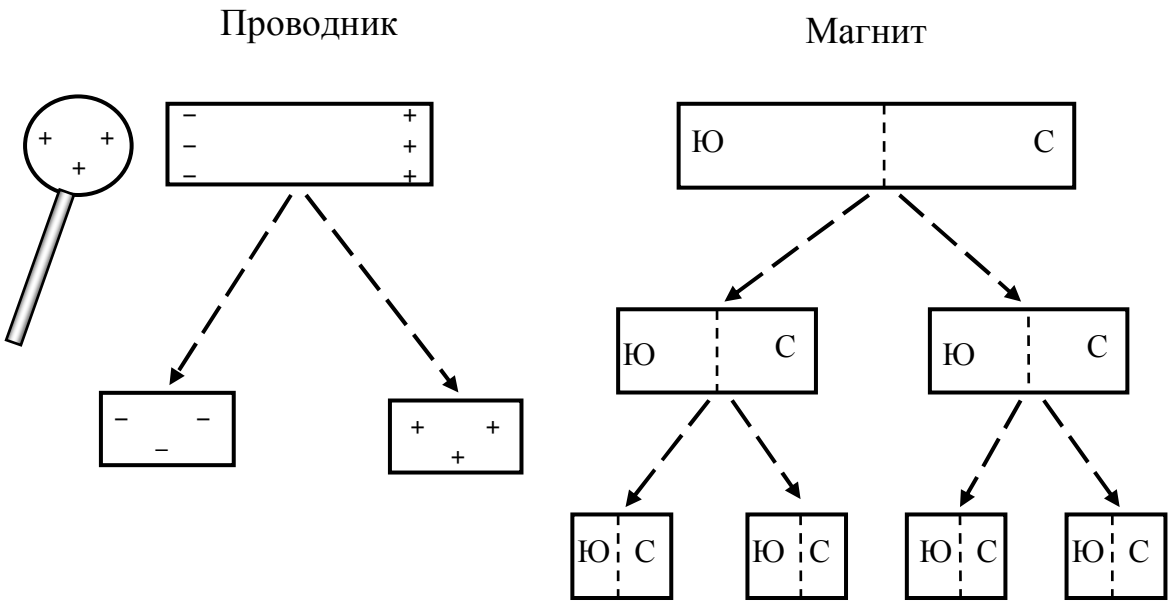
Гл. 3 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## §3.1. Характеристики магнитного поля

Магнитные явления человечеству известны тоже давно: минерал магнетит описывался в трудах древнегреческих ученых ~ 800 л. до н.э. (Термин «магнит», то ли от названия греческого города Магнит, близ которого находились магнитные руды, то ли от имени греческого пастуха, который впервые нашел природный магнит). Лукреций (95-55 вв до н.э.) упоминал магнит в своей поэме «О природе вещей».

Марко Поло (в конце XIII в.) в своей книге описывал использование компаса в Китае. Там изобрели прибор, где свободно двигающий природный магнит своим острием всегда показал на северный полюс. Есть основание полагать, что еще раньше, компас был известен древним индейцам, (ольмекам), проживающие на территории современной Мексики.

Многочисленные опыты показали, что магниты притягивают друг друга и железные предметы или отталкиваются друг от друга. Выяснилось, что постоянный магнит имеет *два* полюса – концевые области, притягивающие железные предметы с наибольшей силой, и расположенную между ними *нейтральную зону*, которая практически не обнаруживает сил притяжения. Сначала, по аналогии с электрическими явлениями, хотели магнитные взаимодействия также объяснить при помощи особых «зарядов» (*магнитные заряды* или *монополя*). Но потом пришлось отказаться от такой идеи, т.к., в отличие от электрических зарядов, не удалось разделить магнитные заряды. Это




Разделение электрических зарядов

Невозможность разделения «магнитных зарядов»

демонстрирует такой эксперимент: если проводнику приблизить заряженный предмет, а потом разделит проводник, то мы получим два куска меньших

проводников с разноименными зарядами. Разделив же магнит, мы всегда получаем два куска магнита с двумя полюсами.

Таким образом, в природе свободные магнитные «заряды» не существуют. Вместе зарядов, концы магнитов обозначают как северные и южные полюсы.

**Разноименные полюса магнитов взаимно притягиваются, а одноименные – отталкиваются.**

Так как, полюс, который всегда показывает на север, назвали северным полюсом магнита, и он притягивается к южному магнитному полюсу (показывает северный географический полюс), значит там же и находится южный магнитный полюс Земли.[13] Точно так же вблизи южного географического полюса находится северный магнитный полюс.

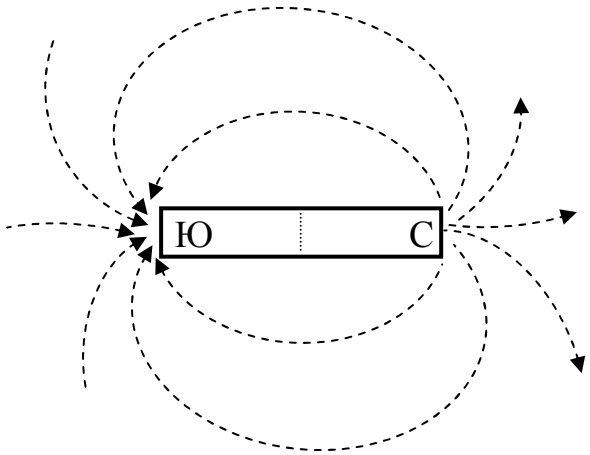
В начале XIXв было установлено, что электрический ток в проводе воздействует на расположенную поблизости магнитную стрелку так же как постоянный магнит. В дальнейшем, обнаружили аналогические магнитные явления между двумя проводами с электрическими токами и вообще у движущихся электрических зарядов.

Неподвижный электрический заряд действует (посредством электрического поля) на электрические заряды, **но не на магнитную стрелку.**

**Магнитное воздействие свойственно только движущимся электрическим зарядам (и изменяющимся электрическим полям).**

Таким образом, выяснилось, что вокруг движущихся электрических зарядов (токов) возникает еще один вид поля – магнитное поле, посредством которого эти заряды взаимодействуют.

**Магнитное поле - это особый вид материи, посредством которого осуществляется магнитное взаимодействие.**



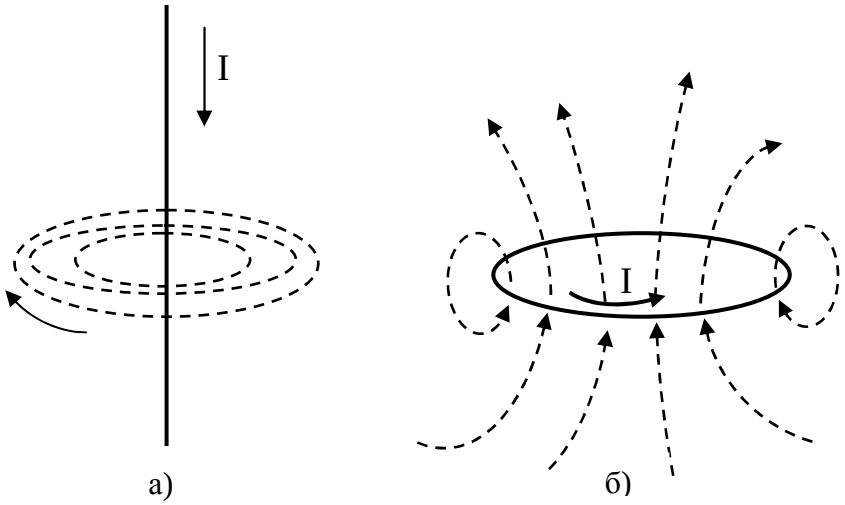

Так же как электрическое поле, магнитное поле тоже можно наглядно представить при помощи *силовых линий*. Они проводиться таким образом, что касательная к магнитной силовой линий в любой ее точке должна совпадать по направлению с силой, с которой магнитное поле действует в этой точке, на *положительный* магнитный полюс.

**Направление силовых линии магнитного поля определяется правилом правой руки** (правилом **буравчика** или **правого винта**).

**Рукоятка буравчика, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении магнитных силовых линий.**

[13] В действительности, северный географический и южный магнитный полюса Земли точно не совпадают.

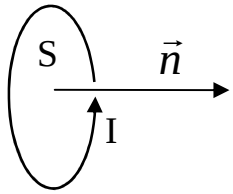
В отличие от силовых линий электрического поля **магнитные силовые линии всегда замкнуты** (вихревые или соленоидальные). Если силовые линии электрических полей начинаются от положительных зарядов и заканчи-



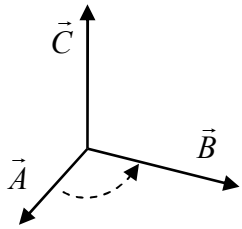

ваются на отрицательных зарядах, то силовые линии магнитных полей не имеют ни начало, ни конца – еще одно доказательство отсутствия «магнитных зарядов».

Еще 1820г. Ампер *предполагал*, что магнитные свойства обусловлено элементарными круговыми токами в этих постоянных магнитах.

Магнитные свойства контура с током $I$ можно характеризовать **вектором м**а**гнитного момента** $\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$, где $S$ - площадь контура, а $\vec{n}$ - нормаль к ней.




На рамку в магнитном поле действует пара сил и вращающий момент сил $\vec{M}$ зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется формулой: $\vec{M} = [\vec{p}_m \cdot \vec{B}]$, где $\vec{B}_m$ **- вектор магнитной индукции** (количественная характеристика магнитного поля).




Векторное произведение образует (по определению) правую систему $\vec{C} = [\vec{A}\vec{B}] = AB\sin(A\hat{}B)$

Максимальное значение момента сил - $M_{max}$, получается, когда $\vec{p}_m \hat{} \vec{B} = 90^o$,поэтому в данной точке поля $M_m/p_m=B=const$.

**Магнитная индукция $\vec{B}$ направлена по $\vec{n}$, а величина магнитной индукции в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом $M_m$ , действующим на рамку с магнитным моментом $p_m$ , равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.**

Вектор магнитной индукции можно определить, используя аналоговый подход. Дело в том, что хотя, по сути, гравитационные, электрические и маг-

нитные взаимодействия существенно отличаются друг от друга, закономерности их проявления, обнаруженные разными исследователями в разные времена, имеют много аналогов между собой. Поэтому мы, используя аналоговый подход, их характеристики будем рассматривать с единой точки зрения, не забывая, однако, что аналогия между ними не означает их идентичность.

Многочисленные эксперименты показывают, что модули сил всех этих взаимодействий можно представить в виде

$$F \sim \frac{A_1 \cdot A_2}{r^2}.$$

где $A_1$ , $A_2$ –характеристики носителей этих взаимодействий, а $r$ - расстояние между ними. Существенно, что все эти силы с расстоянием уменьшаются одинаково – они обратно пропорциональны квадрату расстояния. Есть мнение, что это связанно с трехмерным объемом пространства: силы убивают с расстоянием по формуле $1/r^{n-1}$ , где $n$- порядок пространства (мы живем в мире с $n$ =3).

Для гравитационных взаимодействий носителями этих взаимодействий являются массы взаимодействующих тел $m_1$ и $m_2$ (гравитационные массы). Для электрических взаимодействий носителями этих взаимодействий являются электрические заряды $q_1$ и $q_2$. Для магнитных взаимодействий роль таких носителей играют элементы тока $I_1 \cdot d\vec{l}_1$ и $I_2 \cdot d\vec{l}_2$, которые собой представляют векторы, модули которых равны произведению бесконечно малого участка длины проводника на силу тока в нем.

Переход от пропорциональности к равенству осуществляется коэффициентами, которые зависят от вида взаимодействия, от выбора систем единиц и определяется экспериментально.

Для гравитационных взаимодействий этот коэффициент $G$ = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $Н \cdot м^2/кг^2$ (экспериментально определил Кавендиш 1798г.) называется гравитационной постоянной и не зависит от физических свойств среды.

Для электрических взаимодействий в рационализированной системе единиц СИ этот коэффициент представляется в виде $\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0$= $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ $Кл^2/(Н \cdot м^2)$ электрическая постоянная, а $\varepsilon$ - диэлектрическая проницаемость среды, характеризующая электрические свойства данной среды.

Для магнитных взаимодействий в рационализированной системе единиц СИ коэффициент пропорциональности имеет вид $\frac{\mu_0 \mu}{4\pi}$, где $\mu_0$= $4\pi \cdot 10^{-7} Н/А^2$- **магнитная постоянная** (зависит от выбора системы единиц), а $\mu$ - **относительная магнитная проницаемость** (или просто *магнитная проницаемость*) среды, характеризующая магнитные свойства среды, ее способность намагничиваться под влиянием внешнего магнитного плоя**.** $\mu_0\mu$ − ***абсолютная магнитная проницаемость среды.***

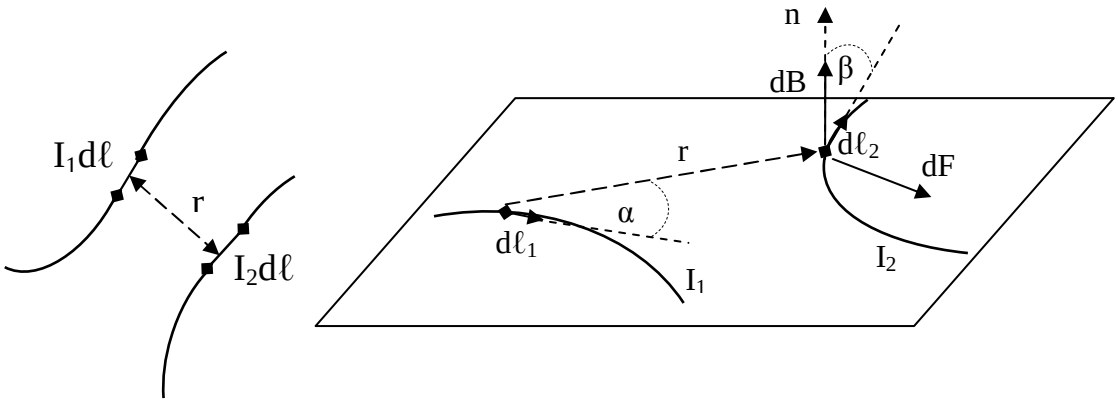
Элементарная сила магнитного взаимодействия между элементами тока (сила Ампера) определяется формулой:

$dF \sim \frac{I_1 dl_1 \cdot I_2 dl_2}{r^2}$, а более точно $dF \sim \frac{I_1 d\ell_1 \cdot I_2 d\ell_2 \sin\alpha \cdot \sin\beta}{r^2}$ и

$dF = k\frac{I_1 d\ell_1 \cdot I_2 d\ell_2 \sin\alpha \cdot \sin\beta}{r^2}$, где $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$ или $k = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi}$.

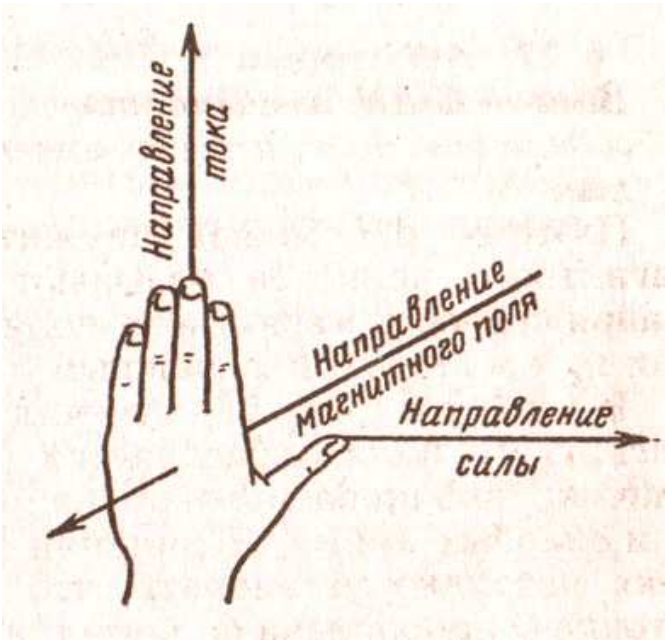
Размерность и единица измерения м**агнитной постоянной** или **магнитной проницаемости вакуума**:

$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{[F][r^2]}{[I][\ell^2]}$ *=м·кг·с*$^{-2}$*·А*$^{-2}$*=Н/А*$^{-2}$*= Гн/м (Генри на метр)*




По аналогу определения характеристики электрического поля - напряженности:

*dF=B·I*$_2$*·dℓ·sinα*, где $B = \int dB$, $dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I_1 d\ell_1 \sin\beta}{r^2}$ – **магнитная индукция** – характеристика магнитного поля, векторный вид которой $d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{\ell} \cdot \vec{r}\right]}{r^2 \cdot r}$.




Направление силы, действующая со стороны магнитного поля на провод с током, получаем из векторного уравнения $d\vec{F} = I \cdot \left[d\vec{\ell} \cdot \vec{B}\right]$ (**Закон Ампера**), и определяется **правилом правой руки**. Если ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор индукции магнитного поля входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлялись вдоль тока, то отогнутый на $90^0$ большой палец покажет направление силы, действующий на этот элемент тока.

Единица магнитной индукции ***1 Тесла (Тл) =*** $\frac{1Н \cdot м}{1А \cdot м^2} = 1\frac{Н}{А \cdot м}$

*1 Тесла* это магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой *1Н* на прямолинейный проводник длиной *1м* и с током *1А*, расположенный перпендикулярно силовым линиям магнитного поля.

Существует также и **напряженность магнитного поля**, которая определяется как :

$dH=\frac{dB}{\mu_0\mu}$ и $dH=\frac{I\cdot d\ell\cdot\sin\alpha}{4\pi r^2}$ (Закон **Био – Савара – Лапласа**).

Размерность напряженности магнитного поля $[H]=\frac{[I][\ell]}{[r^2]}=A\cdot м^{-1}$, а $[B]=[\mu_0]\cdot[H]$.

$$\vec{B}=\mu_0\mu\vec{H}$$

Закон Ампера с напряженностью магнитного поля: $dF=\mu_0\,\mu\cdot H\cdot I\cdot d\ell\cdot\sin\alpha$.

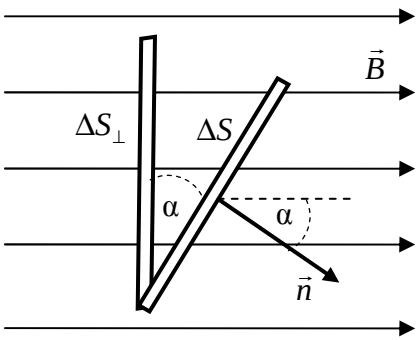
Магнитная индукция $\vec{B}$ аналогична вектору $\vec{E}$ для электрического поля, поэтому для нее так же справедлив *принцип суперпозиции:* для $\vec{B}=\sum\vec{B}_i$ .

Так как $\vec{B}$ зависит от среды, то $\vec{B}=\mu\cdot\vec{B}_0$, где $\vec{B}_0$ - магнитная индукция в вакууме.

**Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) *Ф*** через произвольную площадку *dS,* определяется как элементарный магнитный поток:

$$d\Phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}=B\cdot dS\cdot\cos\alpha=B_n dS,$$

где $B_n$ - проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке.




Тогда

$$\Phi=\int_S d\Phi=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_S B_n\cdot dS$$

Для однородного поля $\Phi=B\cdot\Delta S_\perp$

Магнитный поток *Ф* характеризуется числом линии индукции, пронизывающих площадку $\Delta S_\perp$ (и одновременно $\Delta S$).

Единица измерения магнитного потока

*[Ф]=1 Вебер (Вб)=1 Тл·м²*

При $\alpha=90^o$, модуль напряженности магнитного поля $dH=\frac{1}{\mu_0\mu}\cdot\frac{dF}{I_0 d\ell_0}$.

**Напряженность магнитного поля направлена по касательной к силовой линии поля, а по модулю равна отношению силы, с которой поле действует на единичный элемент тока (расположенный перпендикулярно полю в вакууме) к магнитной постоянной.**

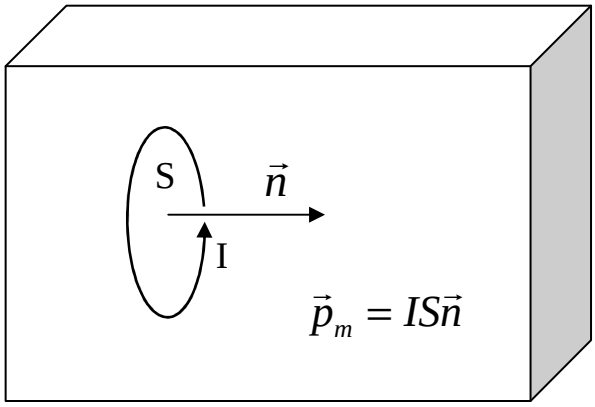
Приложение закона Био-Савара-Лапласа для индукция магнитного поля $d\vec{B}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I\left[d\vec{\ell}\cdot\vec{r}\right]}{r^2\cdot r}$ или по модулю $dB=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I_1 d\ell_1\sin\beta}{r^2}$.

## §3.2. Вещество в магнитном поле

*Все вещества в магнитном поле намагничиваются.*

При этом:

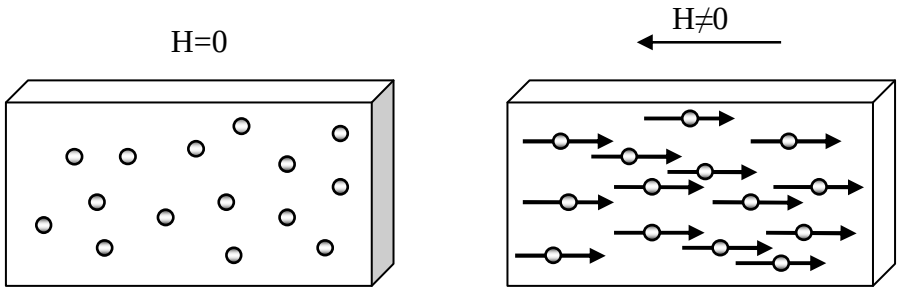
- **Диамагнетики** (вода, фосфор, сера, углерод, многие металлы – такие как золото, серебро, ртуть) **ослабляют внешнее магнитное поле.**
- **Парамагнетики** (кислород, азот, некоторые металлы – алюминий, вольфрам, платина и др.) **усиливают внешнее магнитное поле.** Среди них:
- **Ферромагнетики** ( железо, никель, кобальт, некоторые сплавы и окиси этих металлов, а также сплавы марганца и хлора) **дают очень большое усиление внешнего магнитного поля.**



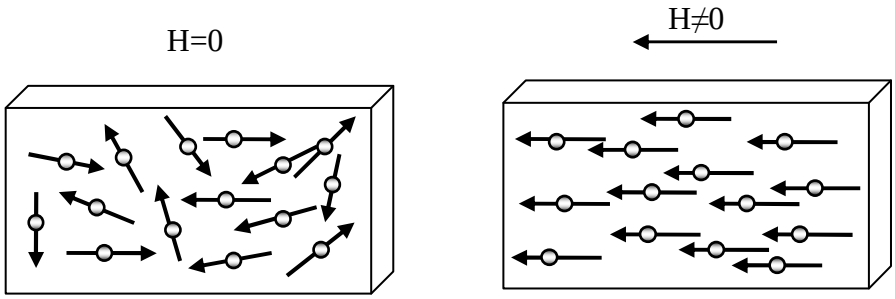

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

**Магнитный момент атома (молекулы) вещества** образуется **геометрической суммой орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и собственного магнитного момента ядра.**

У диамагнетиков эта геометрическая сумма всех магнитных моментов равняется нулю, поэтому их собственный магнитный момент атома тоже равняется нулю. Под воздействием внешнего магнитного поля у диамагнетиков появляется собственный магнитный момент, который направлен против внешнего магнитного поля и ослабевает его. Когда внешнее поле исчезает, диамагнетик размагничивается.



У парамагнетиков геометрическая сумма всех магнитных моментов не равняется нулю, но при отсутствии внешнего поля они ориентированы беспорядочно (хаотично), поэтому общее поле парамагнетиков равняется нулю. В присутствии внешнего магнитного поля происходит переориентация собственных магнитных моментов атомов парамагнетиков вдоль силовых линий внешнего магнитного поля, тем самым усиливая его. При исчезновении внешнего магнитного поля парамагнетики тоже размагничиваются.




Здесь тоже существует диамагнитный эффект, но он не заметен на фоне боле сильного парамагнетизма.

Относительная магнитная проницаемость среды $\mu$ для вакуума $\mu=1$

У диамагнетиков $\mu<1$

У парамагнетиков $\mu>1$

У ферромагнетиков $\mu\sim100-20000$

Большие значения $\mu$ у ферромагнетиков обусловлено их особой структурой. Они имеют сравнительно крупные *(~$10^{-2}$мм) самопроизвольно намагниченных до насыщения областей (**домены**)*, в которых магнитные моменты всех атомов ориентированы одинаково. Количество атомов в доменах ~$10^9$. Под воздействием внешнего магнитного поля по их силовым линиям ориентируются не отдельные атомы, а домены, которые после исчезновения внешнего поля в какой то степени сохраняют приобретенную ориентацию, т.е. остаются намагниченными.

При выше некоторой температуры (*температура **Кюри***) ферромагнетики теряют свои ферромагнитные свойства и превращаются в обычные парамагнетики с $\mu\approx1$ (например, для железа эта температура $\sim1000^0$).

У ферромагнетиков $\mu$ зависит от напряженности внешнего магнитного поля $H$, хотя формула $B=\mu_0\mu H$ справедлива для них, но $B\sim H$ , а $\mu=\mu(H)$.

Из соотношения $B=\mu_0\mu H$, учитывая, что для вакуума $\mu = 1$, то для вакуума (обозначая индукцию магнитного поля в вакууме $B_0$) получаем

$$B_0=\mu_0 H, \text{ и } B=\mu B_0.$$

Отсюда и определение $\mu=\dfrac{B}{B_0}$.

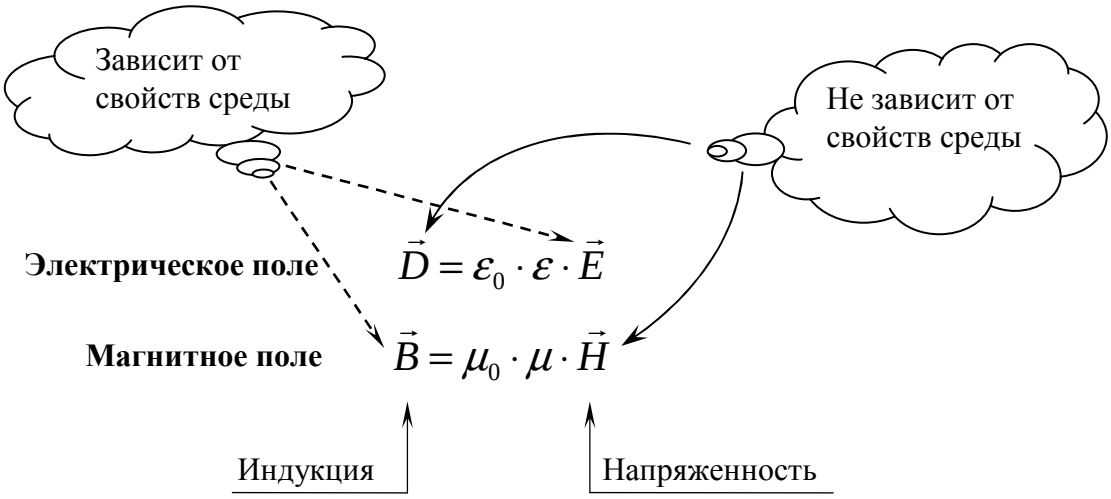
**Относительная магнитная проницаемость среды $\mu$ показывает, во сколько раз изменяется индукция магнитного поля, существовавшего в**

**пустоте, если пространство, охваченное этим полем, заполняется данной средой.**

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ зависит только от макроскопических токов в проводнике и не зависит от среды. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ зависит от обоих.

Если сравнивать с характеристиками электростатического поля $\vec{E}$ и $\vec{D}$, то $\vec{B}$ −*магнитная индукция* соответствует $\vec{E}$ −*напряженности электрического поля*, а $\vec{H}$ −*напряженность магнитного поля* соответствует $\vec{D}$ −*электрической индукции*.

Но исторически так сложилось, что им даны противоположные названия.




## <u>**§3.3. Рамка с током в магнитном поле** (Применения закона Ампера)</u>

Изучая действия магнитного поля на электрический ток Ампер (1820) эмпирически нашел, что в однородном магнитном поле с постоянной индукцией $B$ на прямолинейный элемент тока $I\Delta\ell$ действует сила: $F_A = I \cdot B \cdot \Delta\ell \cdot \sin\alpha$.
Где $\alpha$ −угол между направлением тока в проводнике и вектором индукции, а

$$B = \int dB \text{ и } dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I_1 d\ell_1 \sin\beta}{r^2}.$$

Направление силы определяется *правилом левой руки*. $F_A$ всегда перпендикулярна плоскости, где находятся $\vec{B}$ и элемент ток, поэтому она всегда перпендикулярна и проводнику с током.

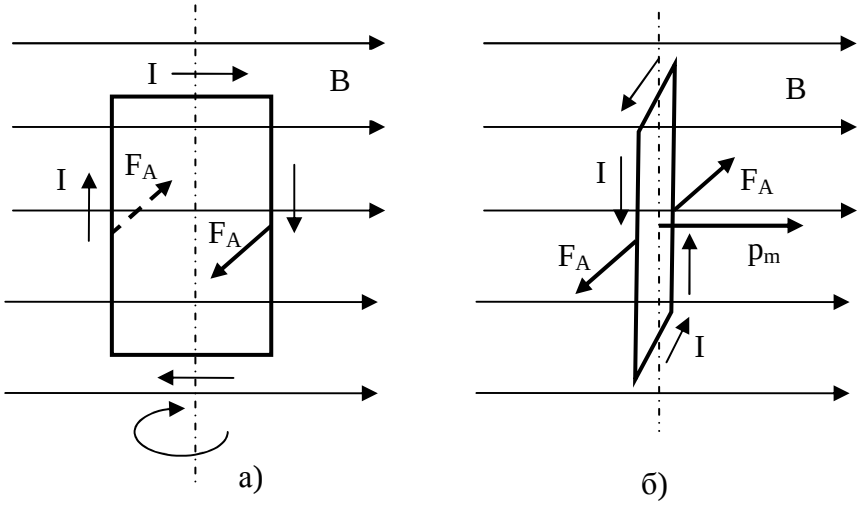
Для сложной формы проводники и для неоднородного поля:

$$dF_A = I \cdot \left[d\vec{\ell} \cdot \vec{B}\right]$$

Силы ампера не являются *центральными*, у них нет силового центра как у гравитационных или кулоновских сил.

На рамку с током в магнитном поле со стороны магнитного поля действует пара сил, которая (при определенном ориентации рамки), поворачивает рамку вокруг своей оси. Поворот осуществляется таким образом, что вектор магнитного момента рамки $\vec{p}_m$ становится параллельным вектору $\vec{B}$ ($\alpha=0$).

Такому устойчивому положению равновесия рамки соответствует ее минимальной энергии в магнитном поле (как бы рамка находится в потенциальной яме).

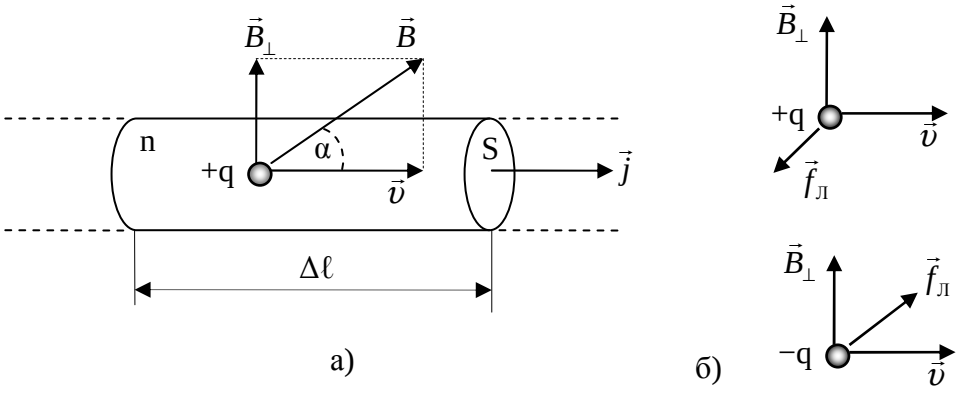



Ориентирующее действие магнитного поля на рамку с током лежит в основе устройства многих электроизмерительных приборов (гальванометры, вольтметры, амперметры).

## §3.4. Сила Лоренца

Сила Ампера означает, что аналогичная сила действует и на каждый движущий заряд. Сила, действующая на электрический заряд $q$, движущий в магнитном поле со скоростью $\upsilon$, называется **силой Лоренца**. Ее можно определить, если силу Ампера, которая действует на все движущие заряда, делить на количество этих зарядов $N$: $f_Л = \frac{F_A}{N}$

Приняв $N=n\cdot V$, где $n$−плотность зарядов в объеме $V$, а $V=S\Delta\ell$, где $S$−сечение проводника, $\Delta\ell$−путь, который проходит заряд, двигаясь со скоростью $\vec{\upsilon}$. Таким образом, $N=nS\Delta\ell$, $I=Q/t$, $Q=qnS\Delta\ell$, где $Q$−общий заряд, про-



ходящий через сечение $S$, а $q$ − элементарный заряд и учитывая, что $\Delta\ell/t=\upsilon$ получим:

$$f_Л=q\cdot\upsilon\cdot B\cdot\sin(\vec{\upsilon}\,\hat{}\,\vec{B})$$

В простейшем случае, если принять электрический ток как движение одного заряда, также получим: $F_A=I\cdot B\cdot\Delta\ell\cdot\sin\alpha$, $I=q/t$, $\Delta\ell/t=\upsilon$, то $f_Л=q\cdot\upsilon\cdot B\cdot\sin\alpha$, где α − угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Направление $f_Л$ определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, что в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{\upsilon}$ (для $q>0$ направление $I$ и $\vec{\upsilon}$ совпадают, для $q<0$ − противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление $f_Л$. (Напоминаем, что направлением тока принимается направление движения *положительных зарядов*).

Сила Лоренца действует только на движущийся относительно магнитного поля заряд (в рассматриваемой системе координат, когда $\vec{\upsilon}=0$, то и $f_Л=0$).

Так как $f_Л$ всегда перпендикулярно вектору скорости, *сила Лоренца не совершает работу и не изменяет кинетической энергии свободной частицы.*

При движении заряженной частицы в магнитном поле может изменяться только направление скорости, но не ее модуль.

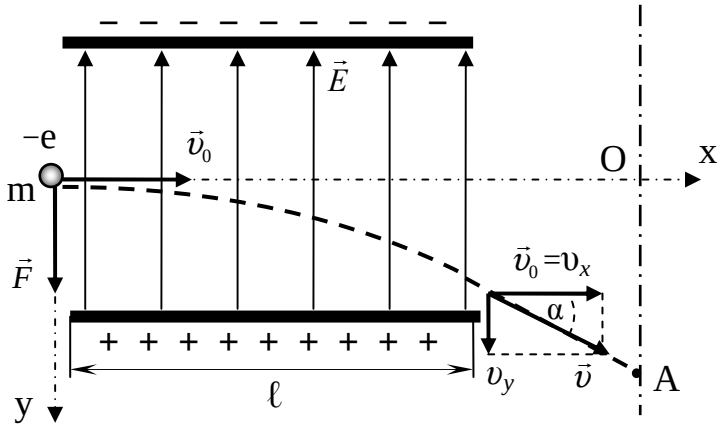
## §3.5. Движение заряженных частиц в электрическом поле

При движении *вдоль* линии напряженности электрического поля, действующая на заряд сила $\vec{F}=q\cdot\vec{E}$, *ускоряет* или *замедляет* движение заряда.

Если начальная скорость $\upsilon\approx0$, то приобретенная или потерянная кинетическая энергия $m\upsilon^2/2=eU$.

В случае, когда $\vec{\upsilon}$ перпендикулярна $\vec{E}$, например для электрона с массой $m$, зарядом $q$, и скоростью $\vec{\upsilon}_0$: $t=x/\upsilon_0$. Сила Кулона $\vec{F}=-e\vec{E}$.

(Силой тяжести пренебрегаем)




$$a=\frac{F}{m}=\frac{eE}{m}$$

$$y=\frac{at^2}{2}=\frac{eE}{2m\upsilon_0^2}x^2$$

(парабола)

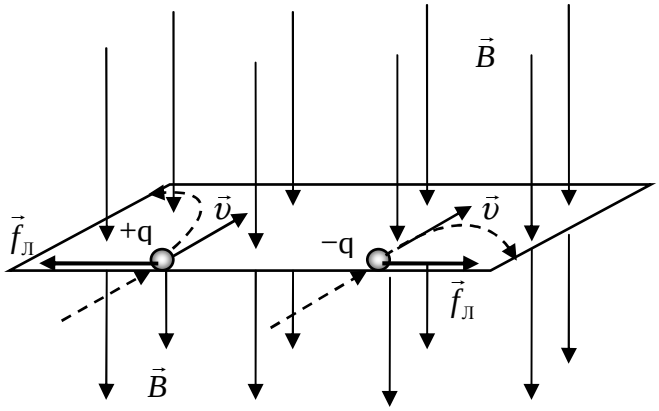
$$tg\alpha=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}=\frac{e\ell}{m\upsilon_0^2}E$$

Заметим, что $\frac{e}{m}$ -*удельный заряд* частицы.

Изменяя $E$ получаем разные точки $A$ на экране и этим можем определить удельный заряд.

## §3.6. Движение заряженных частиц в магнитном поле

При движении заряженных частиц *вдоль* линии индукции $\vec{B}$ магнитного поля $(\vec{\upsilon} \parallel \vec{B})$, $f_Л=0$. При движении заряженных частиц *поперек* линии индукции магнитного поля $(\vec{\upsilon} \perp \vec{B})$, $f_Л \neq 0$, перпендикулярна $\vec{\upsilon}$ и сообщает частице центростремительное ускорение $a_ц$. Частица движется по окружности, радиус $R$ которой определяется из соотношений: $f_Л = ma_ц = \frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B$, $R = \frac{m\upsilon}{qB} = \frac{\upsilon}{\frac{q}{m}B}$.




Траектория частиц – пунктирная линия – окружность

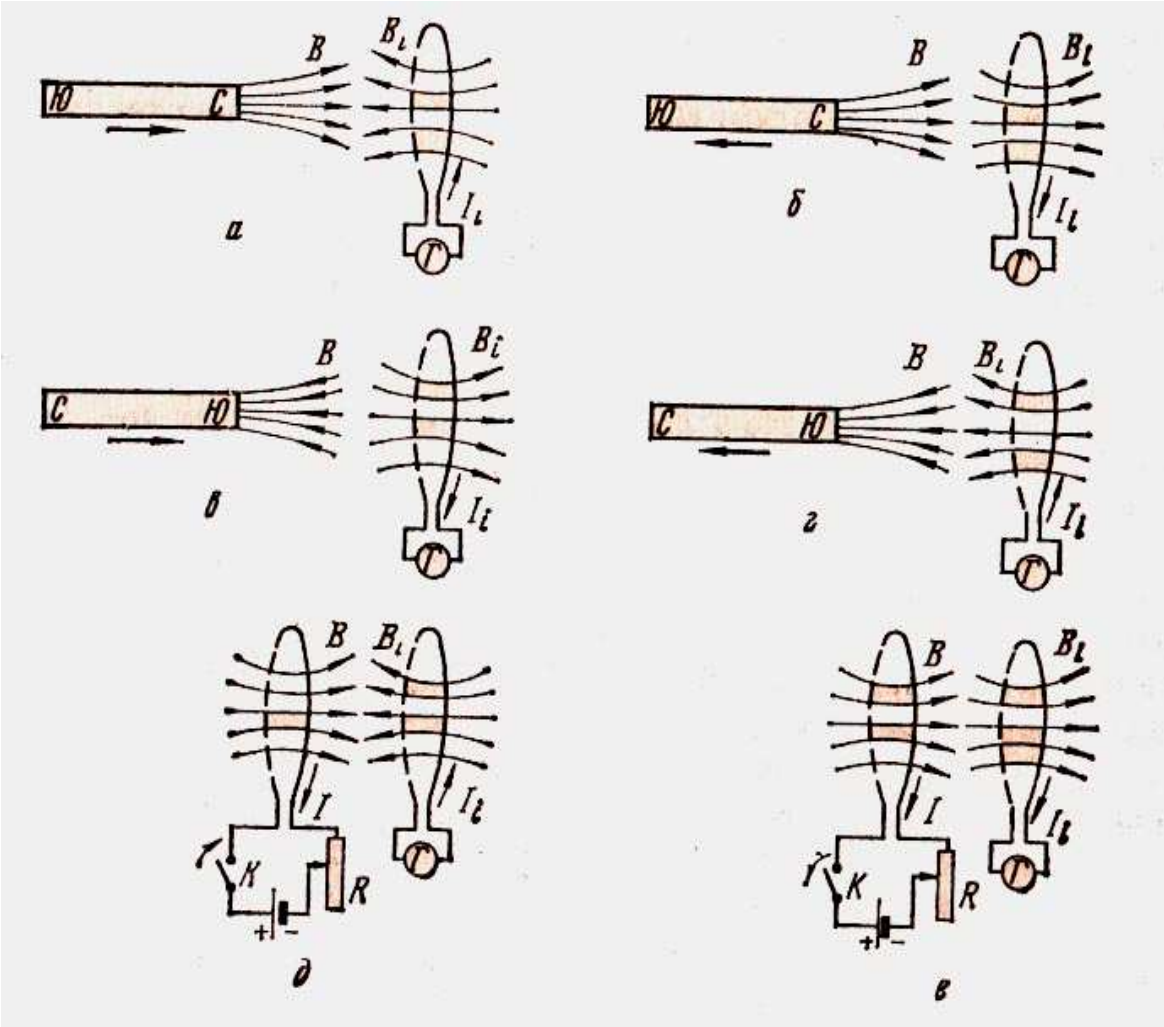
Период вращения

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\frac{q}{m}B}$$

(не зависит от $\vec{\upsilon}$).

Если частица влетает в магнитное поле под углом $\alpha$ к линиям индукции, то ее траектория – винтовая линия, ось которой совпадает с направлением $\vec{B}$.

## §3.7. Электромагнитная индукция: Закон Фарадея − Ленца




Обратное воздействие –«превратил магнетизм в электричество» М.Фарадей (1831г.) *(переплетчик книг?)*

**Электрический ток**, возбуждаемый магнитным полем в замкнутом контуре, называется **индуцированным**, а само явление возбуждения тока посредством магнитного поля – **электромагнитной индукцией**.

Электродвижущая сила, обусловливающая индукционный ток, называется **электродвижущей силой индукции**.

**В замкнутом контуре индуцируется ток во всех случаях, когда происходит изменение потока магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром. Электродвижущая сила индукции $\varepsilon_i$ пропорциональна скорости изменения потока магнитной индукции (***Закон Фарадея***):**

$$\varepsilon_i \sim \frac{d\Phi}{dt}$$

где $\Phi$ – поток магнитной индукции.

Закон Фарадея всегда дополняется **правилом Ленца** (1833г.):

**Индуцированный ток имеет такое направление, что его собственное магнитное поле *компенсирует* изменение потока магнитной индукции, вызывающее этот ток.**

Учитывая правило Ленца, и то, что из закона Фарадея определяется единица измерения магнитного потока (поэтому коэффициент пропорциональности можно принять $k=1$), для окончательного вида закона Фарадея-Ленца имеем:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Знак минус, математически выражая правило Ленца, показывает, что если поток увеличивается ($d\Phi>0$), то $\mathcal{E}_i<0$ и поле индуцированного тока направлено *навстречу* потоку; если же поток уменьшается ($d\Phi<0$), то $\mathcal{E}_i>0$ и направление родительского поля и поля индуцированного тока *совпадают*.

Правило Ленца позволяет нам определить направление индуцированного тока. Для этого надо:

а) определить направление магнитного потока через контур (направление силовых линий $B$ магнитного поля),

б) определить как меняется магнитный поток (увеличивается или уменьшается $d\Phi/dt$),

в) используя правило Ленца, определить направление силовых линий $B_i$ индуцированного магнитного поля,

г) зная направление силовых линий индуцированного магнитного поля, определить направление индуцированного тока $I_i$, создавшего это поле (обычно по правилу правой руки).

Как уже отмечалось, из закона Фарадея-Ленца можно по другому определить единицу измерения магнитного потока *вебер (Вб)*. *1 вебер* это такой поток магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром, при убывании которого до нуля, за *1 с*, в контуре индуцируется электродвижущая сила, равная *1 В*.

$$1В = \frac{1Вб}{1с} \text{ или } 1\ Вб = 1\ В\cdot с = 1\ Тл\cdot м^2 = 1\frac{Н\cdot м}{А}$$

Следует отметить, что:

- а) Индуцированный ток (индуцированная *ЭДС*) в контуре появляется *всегда*, независимо от способа изменения магнитного потока; это может быть и магнитный поток переменного тока, и изменение площади контура, и т. п..
- б) Для индуцирования *ЭДС* переменным потоком магнитного поля присутствие замкнутого проводящего контура необязательно. Индуцированная *ЭДС* всегда образуется в областях пространства, где происходить изменение потока магнитного поля: проводящий контур играет лишь роль индикатора.

Если говорить о природе $\mathcal{E}_i$, то в случаях движения контура в магнитном поле *ЭДС* индукции обусловлена действием *лоренцевой силы* на заряды, находящиеся в контуре и движущиеся вместе с ним. (Сила Лоренца – сила, дей-

ствующая на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля.)

В случае же *неподвижного* контура, находящегося в *переменном* (нестационарном) *магнитном поле*, возникновение $\mathcal{E}_i$ связанна с **вихревыми электрическими полями**, о существование которых впервые высказал Д. К. Максвелл (1864г.). Он объяснил это тем, что **переменное магнитное поле создает в пространстве переменное электрическое поле и линии напряженности магнитного поля концентрически охвачены линиями напряженности электрического поля. Вихревые электрические поля**, в отличие от электростатических полей, создаваемые неподвижными, постоянными электрическими зарядами, **не потенциальны.**

Напомним, что электростатические поля, создаваемые неподвижными, постоянными электрическими зарядами, **потенциальны** (не вихревыми). Силовые линии этих полей **незамкнуты** – они начинаются от положительных зарядов и кончаются на отрицательных зарядах.

В этих полях работа по замкнутым траекториям равняется нулю.

**Вихревые электрические поля** имеют замкнутые силовые линии и силы этого поля разделяют заряды в проводящем контуре, создавая в нем $\mathcal{E}_i$ : для них

Индуцированные токи возникают и в массивных сплошных проводниках, пронизываемых изменяющимся магнитным полем (*токи Фуко*). Они могут быть и полезными (например, для плавки металлов), и нежелательными или вредными (по этому в трансформаторах и других электроприборах сердечники делают из изолированных пластин или из феррита, у которых электрическое сопротивление очень большое и, следовательно, вихревые токи малы).

## §3.9. Индуктивность, самоиндукция, взаимная индукция

$\Phi$ – Магнитный поток, связанный с контуром, пропорционален силе тока $I$ в этом контуре:

$$\Phi \sim I$$

$\Phi = L \cdot I$, где $L$-коэффициент пропорциональности (**индуктивность контура**) и зависит от формы контура, его размеров и $\mu$ среды.

При изменении силы тока в контуре будет изменятся также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно по закону Фарадея-Ленца, в контуре будет индуцироваться *ЭДС*. Возникновение *ЭДС* индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией**.

Если за $dt$ ток изменился на $dI$, то изменение магнитного потока $d\Phi=LdI$ или иначе, дифференцируя: $\frac{d\Phi}{dt} = L\frac{dI}{dt}$

Но по закону Фарадея электромагнитная индукция $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Отсюда и определение, и единица измерения для индуктивности.

**Индуктивность *L* определяет значения ЭДС самоиндукции,** которая возникает в контуре при изменении силы тока в нем со скоростью ***1А/с***.

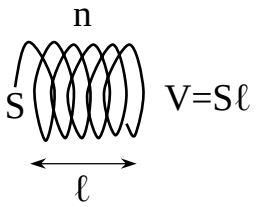
$$[L] = \frac{[\varepsilon]\cdot[t]}{[I]}, \quad [L] \rightarrow \textbf{\textit{генри (Гн)}}, \quad \textbf{\textit{1 Гн}} = 1\frac{В\cdot с}{А} = 1\frac{Вб}{А}, \quad (1Вб=1Тл\cdot 1м^2).$$

***1 Гн* индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе *1 А* равен *1 Вб*.**

Если контур имеет большую индуктивность $L$, то сила тока в нем не может быстро нарастать или убывать, это так называемые **экстратоки замыкания или размыкания.**

Индуктивность $L$ соленоида длиной $\ell$, состоящей из $n$ витков, с площадью $S$, имеющий сердечник с магнитной проницаемостью $\mu$, то магнитный поток, пронизывающий все витки соленоида (*магнитосцепления*)

$$BSn=\mu_0\mu HSn=LI$$




Но из примера соленоида: $H = \frac{In}{\ell}$, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}$, $I = \frac{B\ell}{\mu_0\mu\cdot n}$

$$L=BSn/I=\mu_0\mu Sn^2/\ell=\mu_0\mu N^2V.$$

Где $N=n/\ell$ число витков на единицу длины соленоида

$V=\ell S$ − объем соленоида.

Явление возбуждения *ЭДС* в одном контуре при изменениях силы тока в другом называется ***взаимной индукцией;*** коэффициенты пропорциональности, обозначенные $L_{12}$ или $L_{21}$ или $M$, называют **взаимной индуктивностью контура**.

Естественно $L_{12}=L_{21}$.

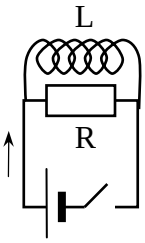
## §3.10. Энергия магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затачивается током на создание этого поля.

При размыкании цепи с индуктивностью $L$, возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon$, которая поддерживает ток в цепи.

За время $dt$ этот ток совершает работу $dA=\varepsilon Idt=-\frac{d\Phi}{dt}Idt=-Id\Phi$.

Но $d\Phi=LdI$, поэтому $dA=-LIdI$.




Полная работа до исчезновения магнитного поля и изменения силы тока от $I$ до $0$: $A=-\int_I^0 LIdI=\frac{LI^2}{2}$.

Следовательно *энергия магнитного поля*:

$$W_M=\frac{LI^2}{2} \text{ (вспомним } L=\mu_0\mu N^2V,\ H=In/\ell\text{)}.$$

$$W_M=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}V$$

*Плотность энергии магнитного поля* $\omega_M=\frac{W_M}{V}=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}$ ($B=\mu_0\mu H$).

Полная энергия магнитного поля в данном объеме

$$W_M=\int_V \omega_M dV=\int_V \frac{\mu_0\mu H^2}{2}dV=\int_V \frac{B^2}{2\mu_0\mu}dV$$

Вспомним, что из поля конденсатора вычисляли энергию и плотность энергии электростатического поля:

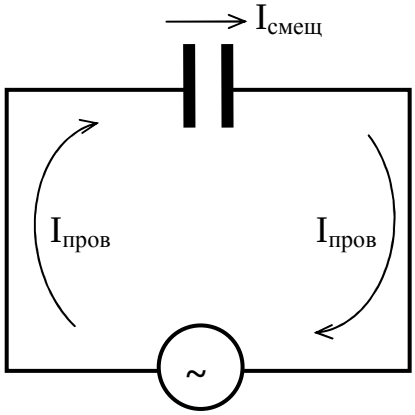
$$W_{эл}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V, \qquad \omega_{эл}=\frac{W_{эл}}{V}=\frac{\varepsilon_o\varepsilon E^2}{2}=\frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

# Гл.4 ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА (УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА)

В основе теории **единого электромагнитного поля,** разработанной Максвеллом в 60 – е годы XIX в., лежат всего четыре уравнения, при помощи которых он объяснил имеющийся к тому времени все факты и результаты электромагнитных экспериментов. Они не только обобщали все известные к тому времени, экспериментальные закономерности электромагнетизма, но и дали возможность предугадать новые явления (в частности, существования электромагнитных волн).

В теории Максвелла рассматриваются *макроскопические* поля, которые создаются *макроскопическими* зарядами и токами, сосредоточенными в объемах $V$ неизмеримо больших, чем объемы $V_m$ атомов и молекул ($V>>V_m$). Макроскопические поля являются *усредненными микрополями*. Предполагается, что расстояния $r$ от источников полей до рассматриваемых точек пространства значительно превышают линейные размеры $d$ атомов и молекул ($r>>d$). Теория Максвелла является теорией *близкодействия*, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия происходят в электрических и магнитных полях и распространяются с конечной скоростью, равной скорости света в данной среде.

Для создания своих уравнений, Максвелл ввел понятие *тока смещения* (название историческое 1865 г.); это изменение электрического поля со временем




Если в цепи постоянного тока присутствует конденсатор, то в такой цепи электрический ток отсутствует. Но если по такой цепи пропустить переменный ток, то амперметр покажет присутствие электрического тока. Между обкладками заряжающегося и разряжающегося конденсатора имеется переменное электрическое поле, поэтому, согласно Максвеллу, через конденсатор «протекает» *токи смещения*, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

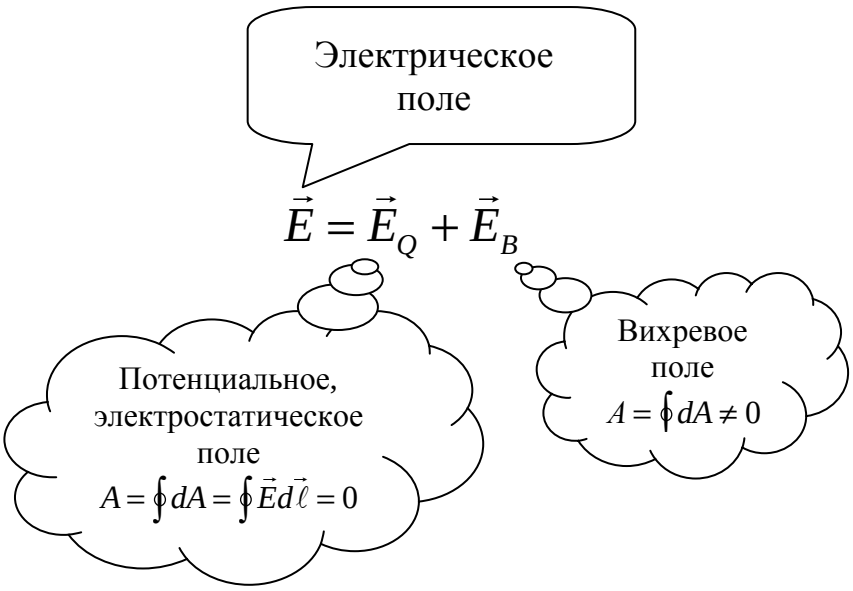
*Переменные токи проводимости, существующие в незамкнутых контурах, всегда замыкаются токами смещения.*

Электрическое поле может быть как потенциальное ($\vec{E}_Q$), так и вихревое ($\vec{E}_B$), между тем магнитные поля могут быть только выхревыми.

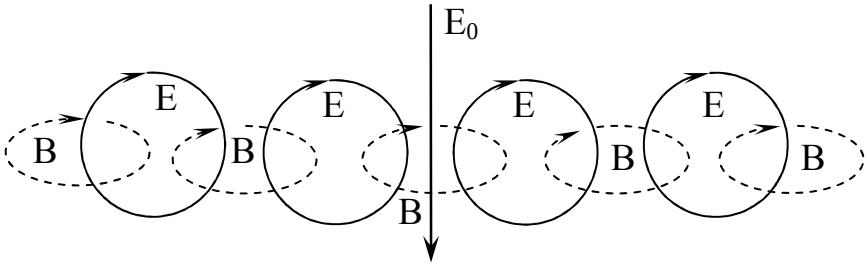
Основные выводы, вытекающие из этих уравнений, доказывают:

- а) существование электрических зарядов;
- б) отсутствие в природе магнитных зарядов;
- г) магнитные поля могут создаваться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями;
- д) источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющийся во времени поток магнитного поля.

Несомненным достоинством любой новой теории является то, что, помимо объяснения уже известных фактов, они предсказывают новые, еще неизвестные свойства и явления. В этом смысле теория Максвелла оказалась весьма плодотворной. Важнейший вывод, вытекающий из электромагнитной теории Максвелла, – это существование **электромагнитных волн.**




Так как переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, а переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле (эти вторичные переменные поля имеют вихревой характер: силовые линии порождающего поля концентрически охвачены силовыми линиями порождаемого поля), то в результате образуется система «переплетенных» между собой электрических и магнитных полей (электромагнитное поле).



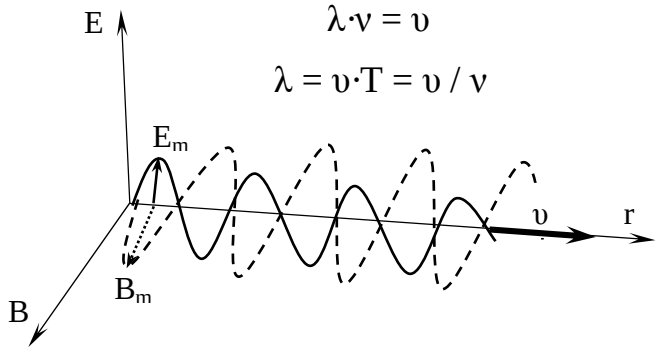

На рисунке представлен как бы *мгновенный* снимок этого **единого электромагнитного поля**. Прямая линия $E_0$ изображает одну из силовых линий *первичного* переменного электрического поля, горизонтальные окружности *B* изображают силовые линии *вторичных* переменных магнитных полей, а вертикальные окружности *E* − силовые линии *вторичных* переменных электрических полей. Будучи первоначально связаны с зарядами и токами, переменные электрические и магнитные поля могут затем существовать независимо от зарядов и токов (отдельно от них) и, порождая друг друга, перемещаться в пространстве (в вакууме) со скоростью $3 \cdot 10^8$ *м/с*.

**Переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве, и есть электромагнитная волна.**

Электромагнитное поле распространяется в виде **поперечной электромагнитной волны**, состоящей из двух совпадающих по фазе волн - электрической (т.е. волны напряженности электрического поля) и магнитной (т.е. волны индукции магнитного поля), которые колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях.

То, что значение скорости распространения электромагнитных волн в вакууме совпадает со скоростью света, не случайно, так как видимый свет представляет собой электромагнитные волны определенной частоты. Помимо световых волн, которые на шкале электромагнитных волн занимают весьма скромный диапазон (с длиной волны $\sim 4\cdot 10^{-7} \div 8\cdot 10^{-7}$ *м*), электромагнитными волнами являются также гамма-лучи ($\lambda < 10^{-11}$ *м*), рентгеновские лучи ($\lambda \sim 10^{-8} \div 10^{-11}$ *м*), ультрафиолетовые лучи ($\lambda \sim 4\cdot 10^{-7} \div 10^{-8}$ *м*), инфракрасные лучи ($\lambda \sim 10^{-4} \div 8\cdot 10^{-7}$ *м*), радиоволны ($\lambda \sim 10^{-4} \div 10^{4}$ *м*).

**Электромагнитное поле распространяется в виде поперечной электромагнитной волны, состоящей из двух совпадающих по фазе волн − электрической (т.е. волны напряженности электрического поля) и магнитной (т.е. волны индукции магнитного поля).**




$$\lambda\cdot\nu = \upsilon$$

$$\lambda = \upsilon\cdot T = \upsilon / \nu$$

Свойства эл.-магн. волн:

- Они поперечные,
- $\vec{E}$ перпендикулярен $\vec{r}$,
- $\vec{B}$ перпендикулярен $\vec{E}$ и $\vec{r}$,
- $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в одной фазе.

Для плоскостей монохроматической электромагнитной волны

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cdot \cos\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right), \qquad \vec{B} = \vec{B}_m \cdot \cos\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right),$$

где ω − циклическая частота колебания, υ − фазовая скорость волны.

Воздействие света на глаз и на другие приемники света обусловлен вектором $\vec{E}$, поэтому он называется *световым вектором*.

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu}}, \text{ для вакуума } \varepsilon=1, \mu=1 \text{ и } \upsilon = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8 \text{ м/с}$$

В общем случае $\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где $\sqrt{\varepsilon\mu} = n$ − *абсолютный показатель преломления*.

Так как для большинства сред μ≈1, то $n \approx \sqrt{\varepsilon}$.

Интенсивность *I* волны (излучения) или плотность потока энергии это количество *ΔW* энергии переносимые волной в среднем за единицу времени через единицу площадки, перпендикулярную направлению распространения волны (иногда в интервале частот, внутри единичного телесного угла и т.д.)

$$I = \frac{\Delta W}{S\cdot\Delta t} = \frac{\omega\cdot S\cdot\upsilon\cdot\Delta t}{S\cdot\Delta t} = \omega\cdot V = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0\varepsilon E^2 + \mu_0\mu H^2\right)\cdot\upsilon,$$

где $\omega$ − плотность энергии, $V$ − Объем; $V=S\cdot\upsilon\cdot\Delta t$, $\Delta W=\omega\cdot V$,

$$I \sim E_m^2, H_m^2$$

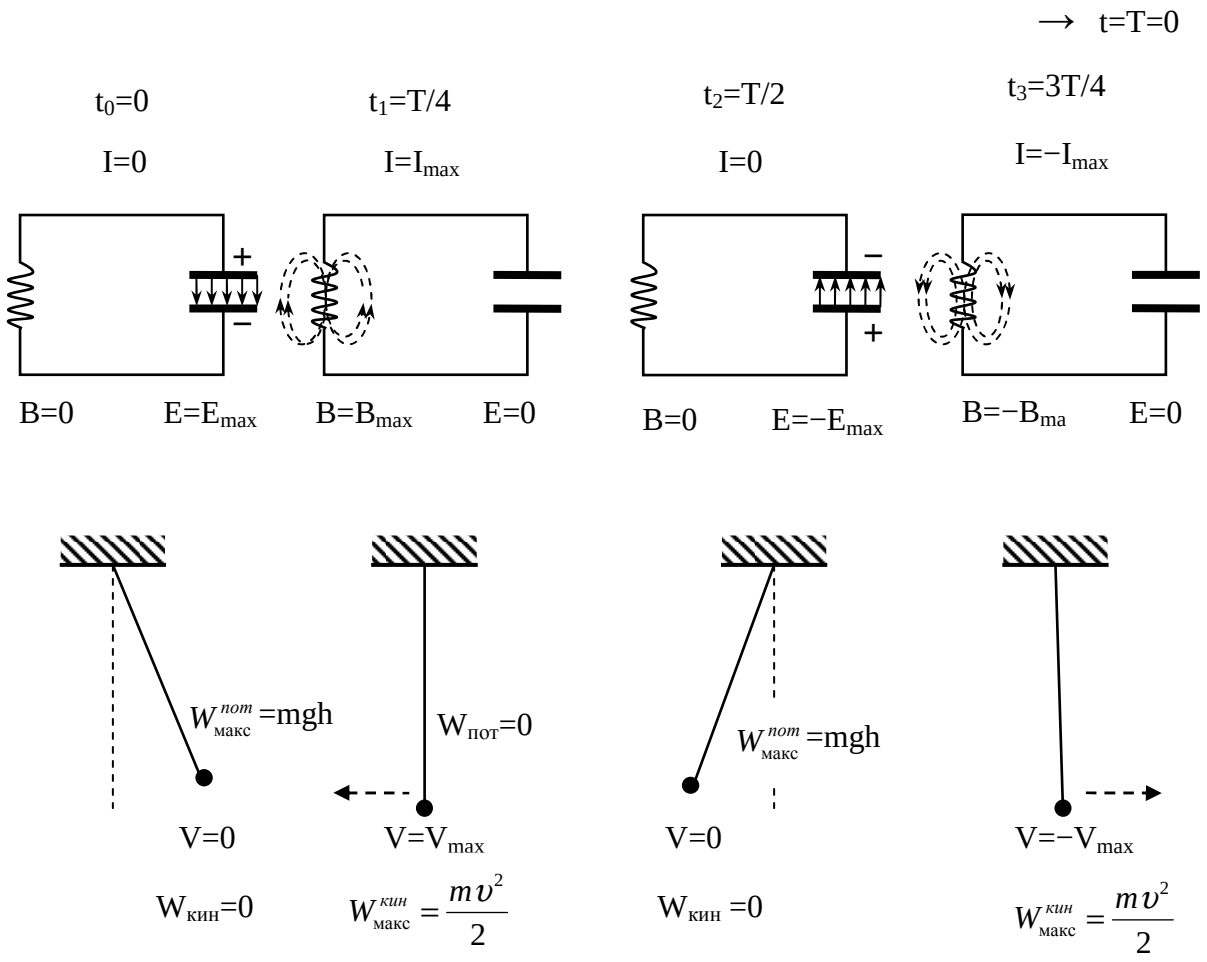
Уравнение Максвелла это усредненные уравнения Лоренца, которые справедливы для микромира.

Уравнение Максвелла можно выражать и в *тензорном* виде.

Некоторые затруднения теории Максвелла:

- Показатель преломления $n=c/\upsilon=\sqrt{\varepsilon\mu}\neq f(\lambda)$, между тем существуют вещества, у которых $n=n(\lambda)$.
- Непригодна при быстрых изменениях полей.

<u>*Колебательный контур*</u>




Для математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$,

Частота электрических колебаний, возникающих в контуре, равна резонансной частоте контура: $\omega_0=\omega_{рез}$, $\omega_{рез}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $T=1/\nu$ $\nu=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$,

Период $T = 2\pi\sqrt{LC}$ (*формула В. Томсона* 1853г.).

Существование электромагнитных волн экспериментально, используя открытый колебательный контур, доказал Герц 1887-1891гг (*вибратор Герца*).

# ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

| Диапазон | | $\lambda$ ↑ [м] (1нм=$10^{-9}$) | $\nu$ ↓ [Гц] | Энергия [эв] | Источник | Регистрация |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Низко частотные волны | | | | | | |
| Радиоволны | ДВ км<br>СВ м<br>КВ дм<br>УКВ см<br>мм | $10^{3} \div 10^{-4}$ | $3\cdot10^{5} \div 3\cdot10^{12}$ | (1эв=$1{,}6\cdot10^{-19}$Джоуль) | Колебательный контур, Вибратор Герца, Ламповый генератор | Колебательный контур, радары, радиотелескопы |
| ИК | Дальний-<br>Инфракрасный<br>Близкий- | $5\cdot10^{-4} \div 9\cdot10^{-7}$ | $\sim6\cdot10^{12}$ | | Лампы | Термопары, болометры, фотометры |
| Видимый свет | **К**аждый-Красный<br>**О**хотник-Оранж.<br>**Ж**елает-Желтый<br>**З**нать-Зеленый<br>**Г**де-Голубой<br>**С**идит-синий<br>**Ф**азан-Фиолетов. | $8\cdot10^{-7} \div 3\cdot10^{-7}$<br>$800 \div 300$нм | $3{,}7\cdot10^{14} \div 7{,}9\cdot10^{14}$ | $1{,}6 \div 3$ | Атомы, Молекулы, Лазеры | Фотопленки, Фотоэлементы |
| УФ | Близкий-<br>Ультрафиолет<br>Дальный | $\sim10^{-9}$<br>~1нм | $\sim3\cdot10^{17}$ | | | |
| Х-лучи | Мягкий-<br>Рентген<br>Жесткий | $\sim2\cdot10^{-9}$<br>~0,1нм | $<5\cdot10^{19}$ | ~100 | Рентгеновские трубки | Рентгеновские телескопы |
| γ-лучи | | $<6\cdot10^{-12}$ | | $\sim10^{5}$ | Радиоактивный распад, косм. процессы, ядра атомов | Камера Вильсона, γ-телескопы |

# ОПТИКА

## Гл.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

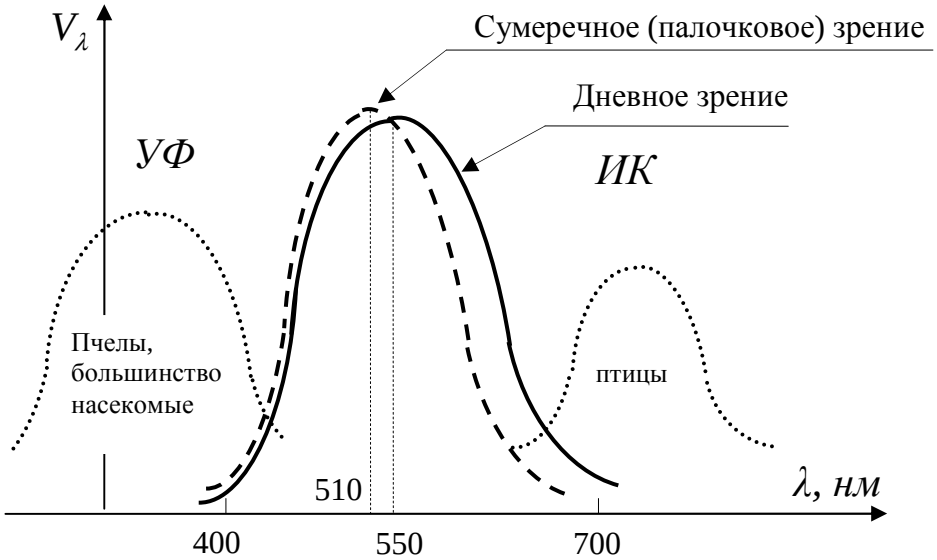
Так как видимый свет является частью электромагнитных волн, то в общих чертях **Оптика** определяется как **раздел физики, в котором изучают явления и закономерности, связанные с возникновением, распространением электромагнитных волн и их взаимодействием с веществом.**

Разделы оптики – геометрическая или лучевая, волновая, квантовая оптика, фотометрия, спектральный анализ и др., где предмет изучения, в основном является видимый свет, но выводы и результаты этих исследований используется в других разделах физики. Например, при изучении $\gamma$ - лучей, в рентгеновском и радио диапазоне.

По современным воззрениям, *свет – сложный электромагнитный процесс, обладающий как волновыми, так и корпускулярными свойствами.* В некоторых явлениях (интерференция, дифракция, дисперсия, поляризация света) обнаруживаются волновые свойства света; эти явления описываются волновой теорией. В других явлениях (фотоэффект, люминесценция, атомные и молекулярные спектры) обнаруживаются корпускулярные свойства света; такие явления изучаются в квантовой теории.

Действие света на глаз и другие приемники света, в основном, колебаниями электрического вектора света $\vec{E}$ (светового вектора).

График спектральной чувствительности человеческого глаза (кривая видности), где $V_\lambda$ - коэффициент видности.




Для среднего глаза диапазон видимости ~400-700 нм, хотя у некоторых людей эти границы могут достигать до ~300 или ~900нм. Максимум чувствительности человеческого глаза совпадает с максимумом излучения Солнца и максимумом пропускания света нашей атмосферой (~555нм, т.е. с излучением зеленного цвета). Чувствительность глаза для более длинных и более коротких волн резко снижается, достигая нуля для инфракрасного и ультрафиоле-

тового излучения. Поэтому несколько источников монохроматического света, обладающих одинаковой мощностью, но испускающих свет различного света, представляются глазу не одинаково ярким. Наиболее ярким кажется источник зеленного цвета, Для того чтобы, например, красный свет ($\lambda$=760нм) казался столь же ярким, как зеленый, необходимо, чтобы его мощность в 20000 раз превышал мощность зеленого цвета (!). Средний человеческий глаз начинает различать разницу в цветах при $\Delta\lambda \geq$ 2нм.

Размер изображения в глазу зависит в конечном счете от угла зрения между лучами, идущими в глаз от крайних точек предмета. Наименьший угол зрения, под которым еще можно различать форму предмета, составляет примерно 1 минута, что соответствует рассмотрению отрезка длиной около 0,07 мм, находящегося на расстоянии ясного зрения (25 см). При меньших значениях угла зрения все изображение помещается на одном светочувствительном элементе сетчатки и предмет воспринимается как точка.

Из за этого невооруженным глазом нельзя рассматривать как близкие, но слишком мелкие предметы, так и крупные, но слишком далекие предметы. В этих случаях пользуются оптическими приборами, увеличивающими угол зрения (микроскопом − в случае мелких близких объектов и телескопом − в случае крупных далеких объектов).

Исторический определили 7 цветов, (7 цветов радуги), очередность которых определяется поговоркой.

**К** аждый **О** хотник **Ж** елает **З** нать **Г** де **С** идит **Ф** азан

Красный - Оранжевый - Желтый - Зеленый - Голубой - Синий – Фиолетовый

В действительности основных цветов всего 3, смешивая которых можно получить все остальные. Существует три основных способа смешивания цветов: оптическое, пространственное и механическое.

Оптическое смешение цветов основано на волновой природе света. Его можно получить при очень быстром вращении круга, сектора которого окрашены в необходимые цвета. Основные цвета в оптическом смешении - **красный, зеленый** и **синий**.

Основные цвета при механическом смешении - **красный, синий** и **желтый**.

Пространственное смешение цветов получается, если посмотреть на некотором расстоянии на небольшие, касающиеся друг друга цветовые пятна, Эти пятна сольются в одно сплошное пятно, которое будет иметь цвет, полученный от смешения цветов мелких участков.

Каждому цвету соответствует определенная длина волны или частота электромагнитных волн.

Монохроматический свет или монохроматический луч (волна) это свет определенной и строго постоянной частоты или длины волны.

Светочувствительность глаза – $2 \cdot 10^{-10}$эрг/с это составляет несколько десятков фотонов за 1с.

Верхний безболезненный предел 100 эрг/с, т.е. разница составляет ~$10^{12}$ раз.

## § 1.1 Законы геометрической оптики

Еще до выявления природы света в рамках **геометрической оптики** были установлены основные закономерности оптики. В **геометрической (лучевой) оптике свет рассматривается как пучок, совокупность световых лучей, которые в оптически однородной среде распространяются прямолинейно** (*Закон прямолинейного распространения света*).

**Оптически однородной средой** называется такая среда, в каждой точке которой скорость распространения света во всех направлениях одинакова.

Доказательство этой закономерности мы видим повсеместно: начиная от четких теней освещенных предметов до солнечных и лунных затмений и покрытия звезд луной. В неоднородной среде распространение света может отклоняться от прямолинейности: пример тому, подобно миражам, различные оптические явления.

**Закон независимости световых пучков: пучки световых лучей, пересекаясь, не взаимодействуют и распространяются после пересечения независимо друг от друга.**

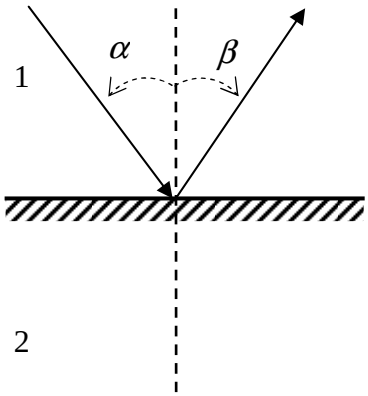
Луч света в однородной среде распространяется прямолинейно до тех пор, пока он не дойдет до границы этой среды с другой средой. На границе двух сред часть света (а в ряде случаев и весь свет) возвращается в первую среду (явление **отражения света**), а часть света проходить во вторую среду, меняя при этом направление своего распространения (явления **преломления**).

В зависимости от свойств границы раздела между двумя средами, отражение может иметь различный характер. Если граница имеет вид поверхности, размеры неровностей которой меньше длины световой волны, то происходит **зеркальное** или **направленное отражение**, при котором узкие параллельные пучки света после отражения идут также по близким направлениям. Если же размеры неровностей больше длины волны света, то узкий пучок после отражения рассеивается по всевозможным направлениям (**рассеянное** или **диффузное** отражение).

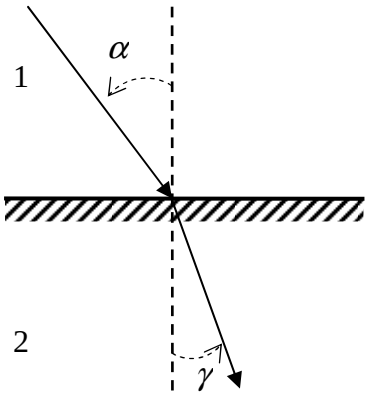
**Законы зеркального отражения** (левый рисунок, а))

1. *Падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восставленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.*
2. *Угол отражения $\beta$ равен углу падения $\alpha$.*

Законы отражения справедливы при обратном направлении хода световых лучей. *Луч, распространяющийся по пути отраженного, отражается по пути падающего луча* (**обратимость хода световых лучей**)




а)




б)

**Законы преломления** (правый рисунок, б))

1. *Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости.*
2. *Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть постоянная для данных сред:*

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$$

где $n_{21}$ - относительный показатель преломления или показатель преломления второй среды относительно первой. Он равен отношению скоростей света в средах, на границе между которыми происходит преломление:

$n_{21} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, где $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ скорости света в *I* и *II* средах соответственно.

Показатель преломления среды относительно вакуума называют **абсолютным показателем преломления этой среды.** Относительный показатель преломления можно выразить через абсолютные показатели преломления $n_1$ и $n_2$ первой и второй сред:

$$n_{21} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Абсолютный показатель преломления для некоторых сред

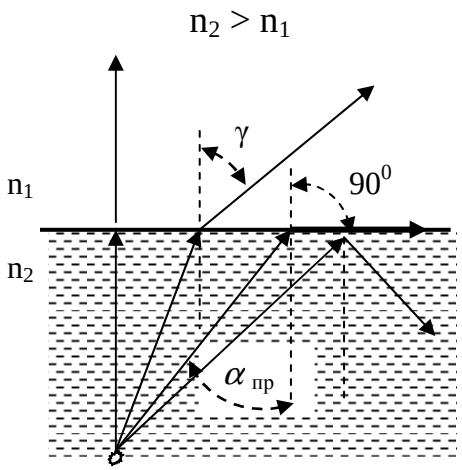
| | | | |
|---|---|---|---|
| Вода ($20^o C$) | $n$=1,33 | Рубин | 1,76 |
| Лед | 1,31 | Стекло | 1,47-2,04 |
| Кварц | 1,54 | Алмаз | 2,42 |

Среду с меньшим абсолютным показателем преломления принято называть **оптически менее плотной средой**.

В большинстве случаев (или если об этом специально не оговаривается) роль одной из сред играет воздух, оптические свойства которого мало отличается от таковых вакуума, поэтому абсолютный показатель преломления воздуха при нормальных условиях $n \approx 1$. Следовательно, в таких случаях, $n_{21}$

$\approx n_1 \approx n$, поэтому в дальнейшем мы не будем разграничить абсолютные и относительные показатели преломления.

Падающий и преломленный лучи тоже взаимно обратимы: если падающий луч будет пущен по направлению преломленного луча, то луч преломленный пойдет по направлению падающего.

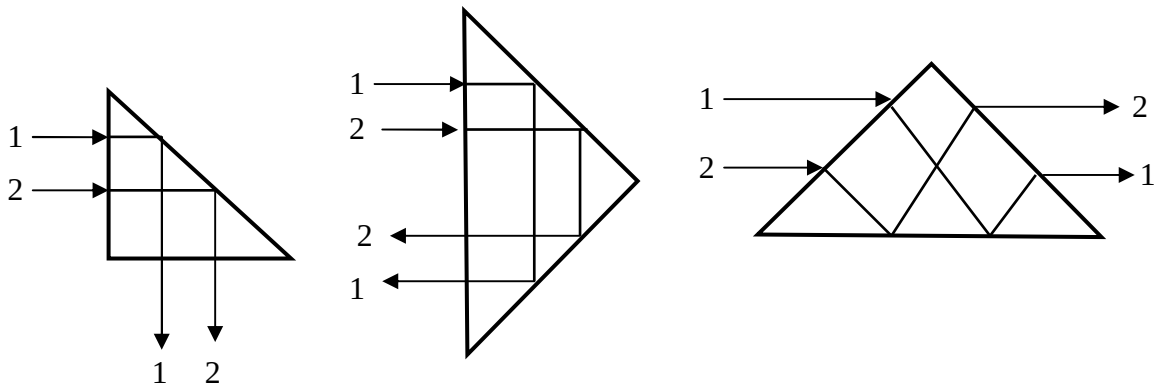



Если свет проходит из оптически более плотной среды (с показателем преломления $n_2$) в оптически менее плотную среду (с показателем преломления $n_1 < n_2$), например из стекла или из воды в воздух ($n_1$=1), то угол падения будет меньше угла преломления γ. Поэтому при некотором угле падения ($\alpha = \alpha_{пр.}$) угол преломления окажется равным $90^0$, т.е. преломленный луч будет скользить вдоль границы раздела сред, не выходя в первую среду. Угол $\alpha_{пр.}$ называется **предельным углом падения**. При $\alpha > \alpha_{пр.}$ свет полностью отражается обратно во вторую среду (происходит **полное внутреннее отражение** света). При этом:

$$\frac{\sin\alpha_{пр.}}{\sin 90^0} = \sin\alpha_{пр.} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{n_2}$$

Обычно для стекла $n_2 \approx 1{,}5$, поэтому $\alpha_{пр.} = \arcsin 1/1{,}5 \approx 42^0$

Тогда все лучи, которые попадают из стекла на границу стекло-воздух с углом больше чем $42^0$, не могут выйти из стекла. Это дает возможность использовать прямоугольные призмы для того, чтобы повернуть луч на $90^0$, повернуть изображение (например, в биноклях), обернуть лучи и т. п.




Явления полного внутреннего отражения света сейчас находит широкое применение в волоконной оптике.

## §1.2. Формула призмы

Призмой называется прозрачное тело, с двух сторон ограниченное плоскостями, которые составляют какой-то угол между собой (**преломляющий угол призмы** – θ, см. рисунок).

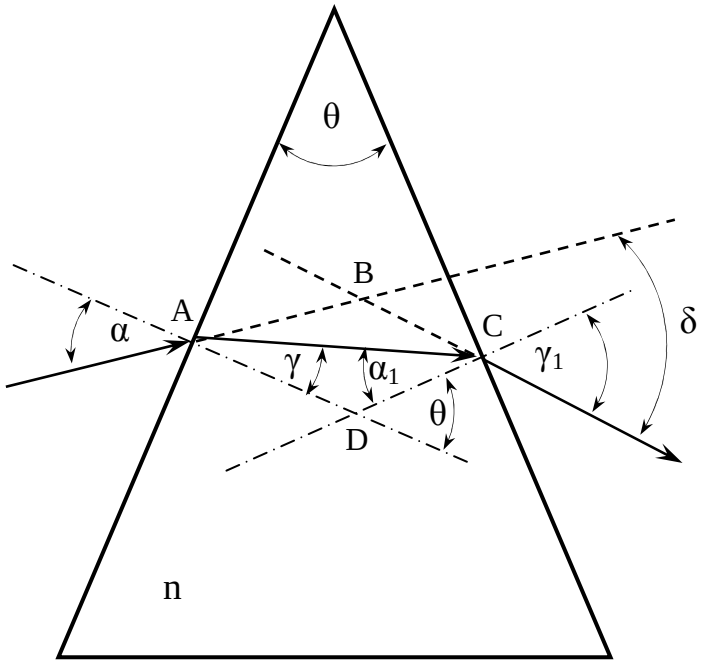
После двукратного преломления (на левой и на правой гранях призмы) луч света отклоняется от первоначального направления на угол δ, называемый **углом отклонения**.

Угол отклонения δ зависит от преломляющего угла θ и показателя преломления *n* призмы. Эта зависимость легко устанавливается для призмы с малым преломляющим углом (*тонкая призма*) в случаях малого угла падения α.

$$\delta \approx (n-1)\cdot\theta$$

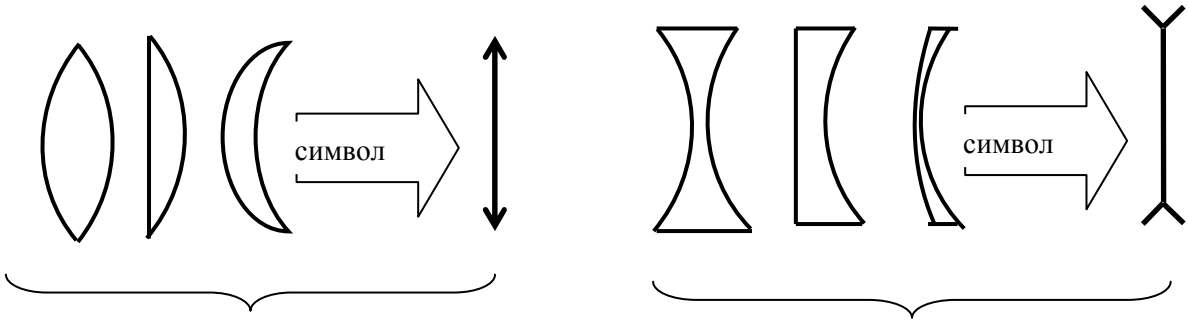
(Вывести самостоятельно, учитывая, что при малых значениях θ и α, также малы углы γ, $\alpha_1$ и $\gamma_1$, поэтому из закона преломления $\sin\alpha = n\cdot\sin\gamma$ и $n\cdot\sin\alpha_1 = \sin\gamma_1$ можно перейти к выражениям $\alpha = n\gamma$ и $n\alpha_1 = \gamma_1$, а $\theta = \gamma + \alpha_1$, $\delta = (\alpha - \gamma) + (\gamma_1 - \alpha_1)$ ).

Минимальный угол отклонения получается в случае симметричного хода луча (т.е. когда $\alpha = \gamma_1$ и луч внутри призмы параллелен основанию призмы). Обратите внимание, что при прохождении через призму *луч всегда отклоняется в сторону основании*.



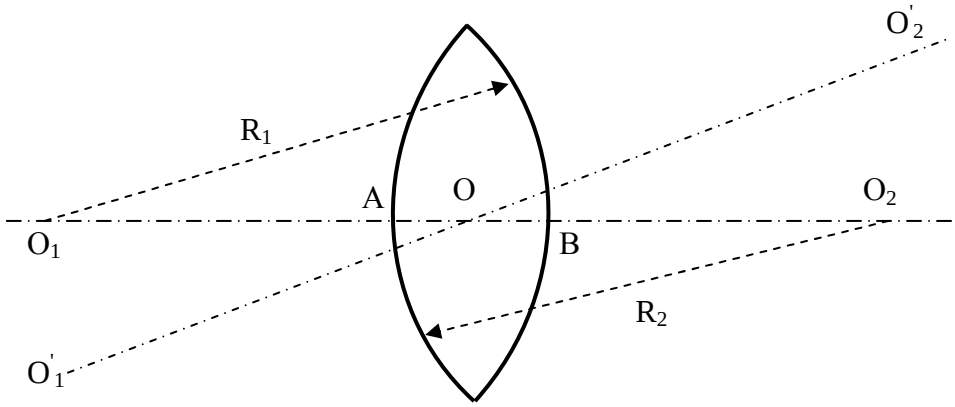
## §1.3 Линзы

**Линзы – это прозрачные тела, ограниченные с двух сторон криволинейными (обычно сферическими) поверхностями, преломляющими световые лучи и способные формировать оптические изображения предметов.** В частном случае одна из поверхностей может быть плоской




Собирающие линзы Рассеивающие линзы

По внешней форме линзы делятся на двояковыпуклые, плосковыпуклые, вогнуто-выпуклые, двояковогнутые, плосковогнутые и выпукло-вогнутые (на рисунке они изображены слева направо). По оптическим свойствам линзы делятся на **собирающие** (**положительные**) и **рассеивающие** (**отрицательные**). Независимо от внешней формы собирающие линзы посредине толще, чем у краев, в то время, как рассеивающие линзы посредине тоньше, чем у краев.



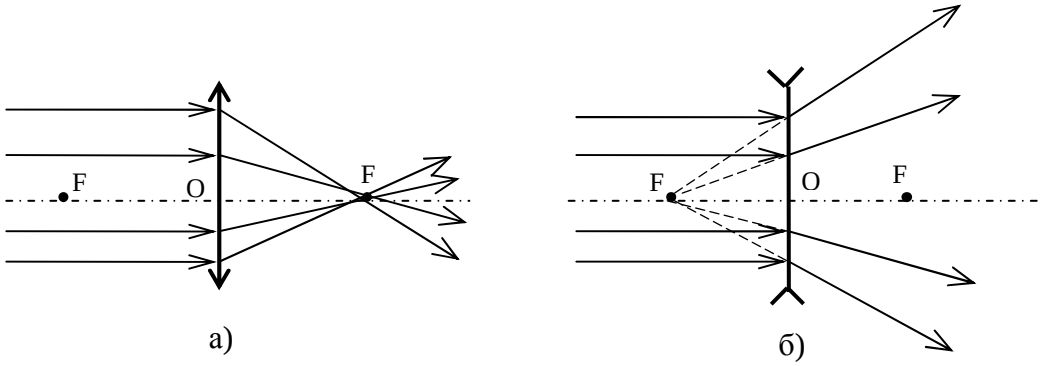

Мы будем рассматривать **тонкие линзы,** толщина которых (расстояние *AB* между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с расстоянием до предмета и с радиусами $R_1$ и $R_2$ поверхностей, ограничивающих линзу. В тонких линзах точки *A* и *B* расположены столь близко друг от друга, что можно принять их совпадающими с точкой *O*, называющимися **оптическим центром линзы.** Лучи света, проходящие через оптический центр линзы, практически не преломляются.

Прямую $O_1O_2$, проходящую через центры ($O_1$ и $O_2$) сферических поверхностей и оптический центр линзы, называют **главной оптической осью**. Любую другую прямую, проходящую через оптический центр, называют **побочной оптической осью** (на рисунке $O'_1O'_2$).

Линзу грубо можно представить как совокупность множества призм. Тогда становится очевидным: собирающие линзы отклоняют лучи к оптической оси, а рассеивающие линзы – от оптической оси.

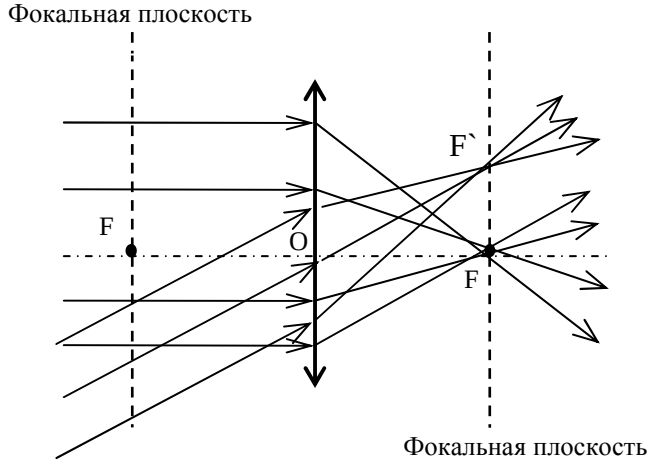
**Параксиальные лучи** (т.е. *приосевые или околоосевые лучи, которые образуют с оптической осью малые углы*), распространяющиеся параллельно главной оптической оси, после преломления сквозь линзу **пересекаются в точке, лежащей на этой оси** и называемой **главным фокусом линзы.** У всякой линзы имеются два фокуса по обе стороны от нее (точки $F$). Расстояние $OF=f$ от оптического центра линзы до ее фокусов называется **фокусным расстоянием линзы**.

**Величина, обратная фокусному расстоянию, называется оптической силой линзы ($D=1/f$)**. Она измеряется в **диоптриях** (*дптр* или *дп*). 1 *дптр* – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1*м* (*1 дптр = 1 м*$^{-1}$).




В отличие от собирающей линзы (левый рисунок а)), рассеивающая линза имеет **мнимые фокусы** (правый рисунок б)). В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающуюся линзу параллельно главной оптической оси.

Оптическая сила рассеивающей линзы, как ее фокусное расстояние, отрицательная величина.

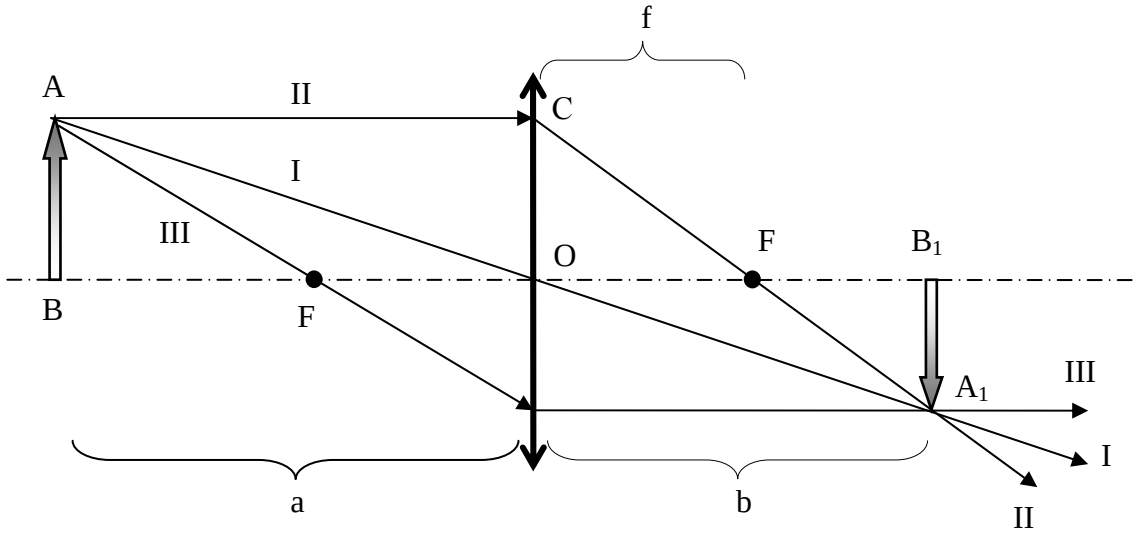



Плоскость, проведенная через главный фокус линзы перпендикулярно к главной оптической оси, называется **фокальной плоскостью**. Лучи, падающие на линзу параллельно какой-либо побочной оптической оси, после преломления в линзе, пересекаются в точке, лежащей на фокальной плоскости (**побочный** или **вторичный фокус,** на рисунке точка $F$`). Т.е. фо-

кальная плоскость является *геометрическом местом всех вторичных фокусов*. У линзы имеются две фокальные плоскости, расположенные на ровных расстояниях по обе стороны от нее.

Построение изображения ($A_1B_1$) предмета ($AB$) в линзах осуществляется с помощью следующих лучей, ход которых нам известен:

1. лучи проходящие через оптический центр линзы не меняют своего направления (на рисунке, I луч);
2. лучи идущие параллельно главной оптической оси, после преломления в линзе (или его продолжение), проходят через второй главный фокус линзы (на рисунке, II луч);
3. лучи (или его продолжения), проходящие через первый главный фокус линзы, после преломления в ней, выходят из линзы параллельно ее главной оптической оси (на рисунке, III луч).




Пересечение любых двух таких лучей (или их продолжений) дает изображение точки предмета, откуда избранные лучи берут начало.

Формула тонкой линзы имеет вид:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = D,$$

где $a$ и $b$ – соответственно расстояния от предмета и от его изображения до оптического центра линзы. Эту формулу самостоятельно можно получить, используя подобие треугольников: $\Delta BAO \sim \Delta B_1 A_1 O$ и $\Delta OCF \sim \Delta B_1 A_1 F$ .

Более сложный вид формулы тонкой линзы связывает фокусное расстояние $f$ линзы с ее коэффициентом преломления $n$ и радиусами $R_1$ и $R_2$ кривизны линзы (знак для радиусов кривизны линз берется положительный - для выпуклых поверхностей и отрицательный – для вогнутых):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = D.$$

Так как фокусное расстояние рассеивающей линзы, как и ее оптическая сила, является отрицательной величиной, то это означает, что в формуле тонкой линзы $a$ и b, в определенных случаях, должны иметь отрицательные значения. Правила, при помощи которых можно определить знаки $a$ и b, в раз-

ных учебниках освещаются по-разному. Наиболее запоминающими, с моей точки зрения, являются правила, основанные на опыте повседневной жизни. Для этого надо только запомнить:

- У собирающих линз $f$ и $D$ положительны, а у рассеивающих линз – отрицательны;
- $a$ всегда положительны;
- $b$ положительны, если изображения действительные, и отрицательны у мнимых изображений.

**Отношение линейных размеров изображения и предмета называется линейным увеличением линзы** ($A_1B_1/AB$). Отрицательным значением линейного увеличения соответствует действительное изображение (оно перевернутое), положительным – мнимое изображение (оно прямое).

Нижеследующая таблица показывает характер изображения собирающей линзы в зависимости от расстояния предмета до линзы.

**Характер изображения собирающей линзы**

| a | b | Характер изображения | Оптическая система |
|---|---|---|---|
| a=∞ | b=f | Точечное в фокусе | - |
| ∞>a>2f | f<b<2f | Действительное, обратное, уменьшенное | Глаз, фотоаппарат |
| a=2f | b=2f | Действительное, обратное, равное предмету | Переносная или оборачивающая линза |
| 2f>a>f | 2f<b<∞ | Действительное, обратное, увеличенное | Объектив микроскопа |
| a=f | b=∞ | Параллельные лучи | - |
| a<f | - | Мнимое, прямое, увеличенное | Окуляр, лупа |

Для *рассеивающей линзы* характер изображения не зависит от расстояния предмета от линзы: у них изображение *всегда мнимое, прямое и уменьшенное*.

Комбинации собирающих и рассеивающих линз (так называемые сложные объективы) применяются в оптических приборах, используемых для решения различных научных и технических задач. Оптическая сила сложного объектива представляет собой алгебраическую сумму оптических сил отдельных линз: $D=\pm D_1 \pm D_2 \pm D_3 \pm \ldots$.

Этот принцип используется для коррекции зрения, когда роль одной линзы играет хрусталик глаза[14], а роль другой – стекло очков или контактные линзы.

Угловое увеличение $\Gamma$ оптического прибора: $\Gamma = \frac{tg\alpha'}{tg\alpha}$, где $\alpha'$ и $\alpha$ − углы зрения, под которыми виден предмет соответственно через прибор и невоо-

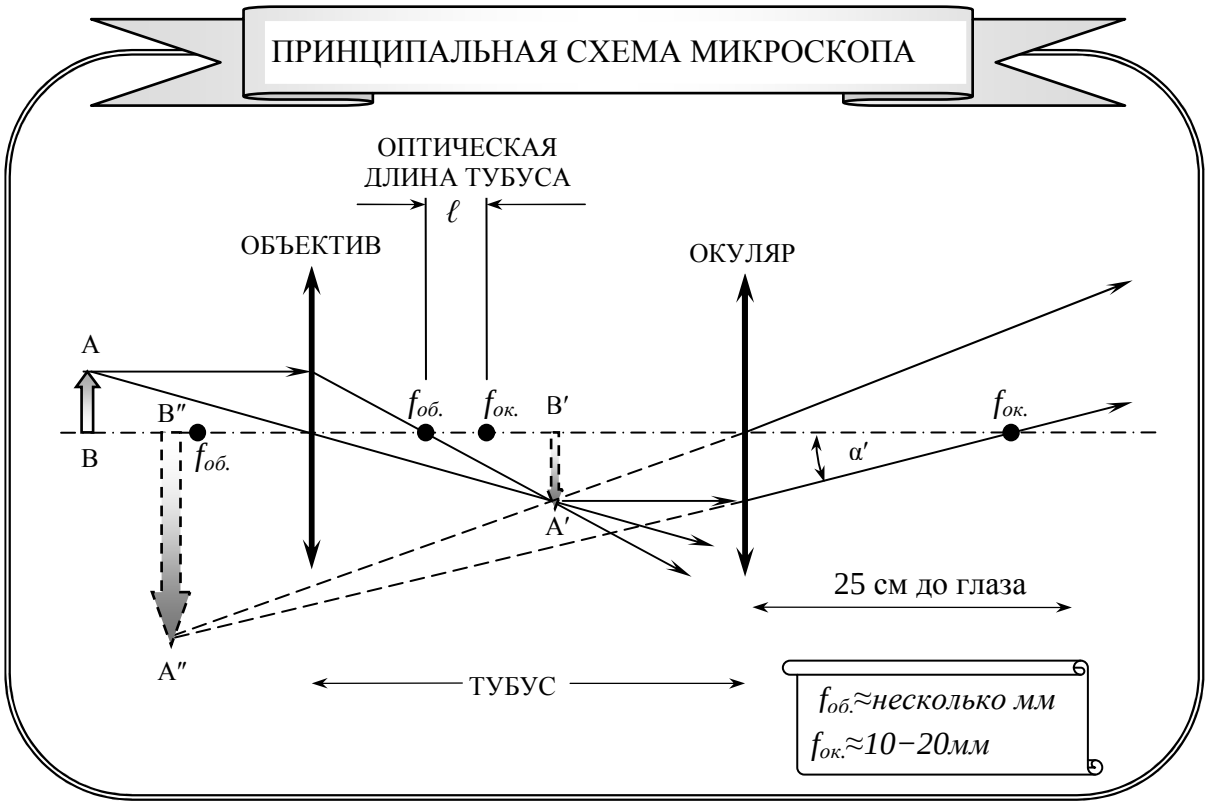
[14] Точнее, роль передней сферической поверхности играет не передняя поверхность хрусталика, а поверхность роговой оболочки.

руженным глазом. Для лупы $tg\alpha = \frac{|AB|}{L_0}$, где $L_0$ =25*см* расстояние наилучшего зрения, $tg\alpha' \approx \frac{|AB|}{f}$, т.к. глаз располагают вблизи заднего фокуса лупы.

$$\text{Тогда} \quad \Gamma = \frac{L_0}{f}$$

Увеличение лупы обратно пропорционально ее фокусному расстоянию и показывает, во сколько раз увеличивается линейный размер изображения на сетчатке за счет применения лупы.

Линейное увеличение луп не так уж велико (меньше, чем 20 раз), поэтому, используя комбинацию из двух (обычно сложных) линз, при помощи микроскопа можно получить гораздо больше увеличение (~1000 раз). Для начертания принципиальной схемы микроскопа надо использовать вышеуказанную таблицу и учитывать, что изображение через вторую линзу (*окуляр*) можно получить только от действительного изображения первой линзы (*объ-*



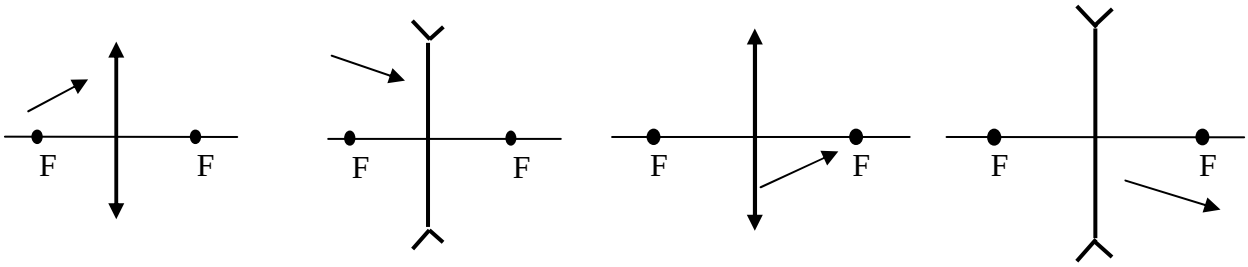

*ектива*).

Расстояние между внутренними фокусами объектива и окуляра называется оптической длиной тубуса ($\ell \approx 160$*мм*). Увеличение $\Gamma$ микроскопа: $\Gamma = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок}$. Как лупа $\Gamma_{ок} = L_0/f_{ок}$, а $\Gamma_{об} = \ell/f_{об}$, т.к. $\ell >> f_{об}$,

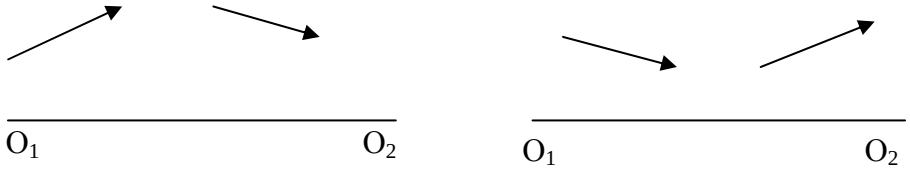
$$\Gamma \approx \frac{L_0 \ell}{f_{об} \cdot f_{ок}}$$

*Увеличение микроскопа прямо пропорционально оптической длине ℓ тубуса и обратно пропорционально произведению фокусных расстояний объектива и окуляра.* $\Gamma_{микроскоп} \approx 56 \div 1350$ *(*максимально *~2000),* но обычно используются *1000÷1200* – кратное увеличение.

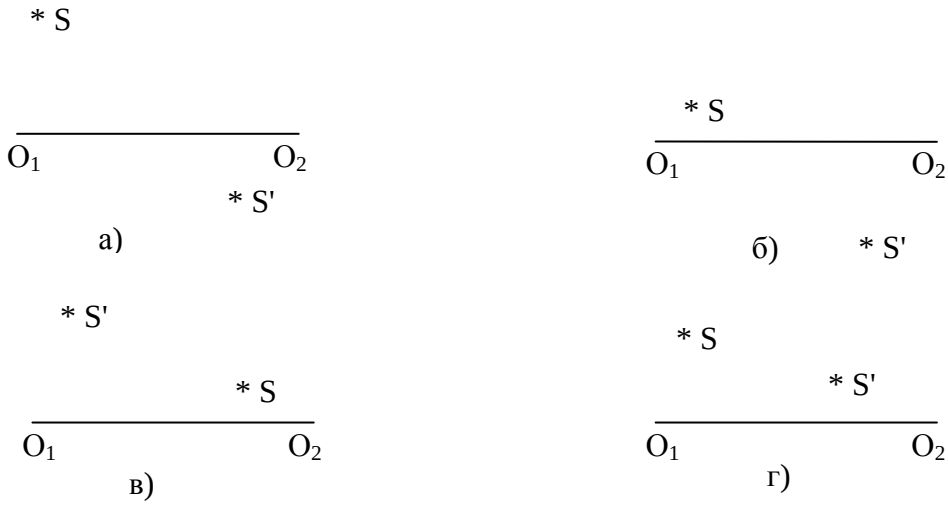
## Примеры по геометрической оптике:




Определить ход луча после преломления  Определить ход луча до преломления




Определить вид, местоположение линзы и его фокусы
$O_1O_2$ – главная оптическая ось




Определить вид, местоположение линз и их фокусы
$O_1O_2$ – главная оптическая ось, S – предмет, а S' его изображение

# Гл. 2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

**Волновой оптикой называется раздел оптики, где свет рассматривается как часть электромагнитных волн и изучаются классические законы излучения, распространения и взаимодействия световых волн с веществом.**

## ***§2.1.* Интерференция *света***

Явление наложения волн, при котором происходит устойчивое во времени их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабление в других, называется **интерференцией волн.**

Необходимым условием интерференции волн является их **когерентность,** т.е. некая согласованность между ними.

**Когерентные волны** – это такие волны, у которых в данной точке пространства разность фаз не меняется в течении времени:

$$\Delta\left\{\omega_0(t-\frac{x}{\upsilon})+\varphi_0\right\}=const,$$

(получается из формулы волны – $s(x,t)=A\cdot\cos\left\{\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right\}$).

Независимость разность фаз от времени означает, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту (длину волны).

Интерференционная картина, т.е. взаимное усиление когерентных волн в одних точках пространства и ослабление в других, получится только в том случае, если когерентные волны в данной точке пространства встречаются всегда **одинаковым образом**. Например, если в данной точке пространства они всегда встречаются в одинаковой фазе, то мы наблюдаем усиление волн (**интерференционные максимумы**). Если же они встречаются в противофазе, то гасят друг друга, и мы наблюдаем ослабление волн (**интерференционные минимумы**).

При сложении двух когерентных волн (для простоты амплитуды гармонических колебаний принимаются одинаковым);

$s_1 = A\cos(\omega t+\varphi_1)$ $s_2 = A\cos(\omega t+\varphi_2)$.

По принципу суперпозиции их сложение

$$s=s_1+s_2=2A\cos(\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})=A_{результ.}\cos(\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}),$$

$$где\quad A_{результ.}=2A\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})$$

(если гармонические колебания выражаются через *sin*, то вместе $\cos(\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})$ имеем . $\sin(\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})$ ).

Так как $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ и $\upsilon = \lambda\nu$, то из уравнения световой волны $E = E_m \cos\omega(t - \frac{r}{\upsilon}) = E_m \cos(\omega t - \frac{2\pi \cdot r}{\lambda})$ выражение

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{1}{2}\left[\left(\omega t - \frac{r_1}{\upsilon}\right) - \left(\omega t - \frac{r_2}{\upsilon}\right)\right] = \frac{\omega}{2\upsilon}(r_2 - r_1) = \frac{1}{2}\frac{2\pi\nu}{\lambda\nu}(r_2 - r_1) = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda}$$

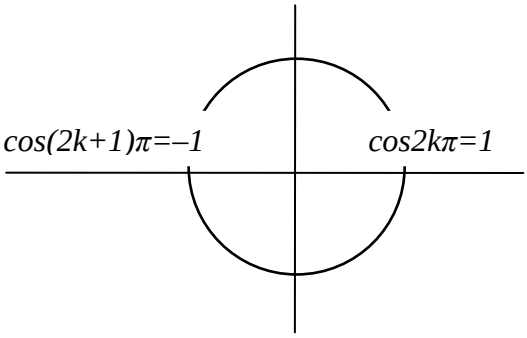
Тогда $A_{результ}$ принимает максимальное значение в точках $2k\pi$:

$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} = 2k\pi$, где $k = 0,1,2,3,\ldots$, порядок максимума

Таким образом, условия максимумов имеет вид $r_1 - r_2 = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}$

При $(2k+1)\pi$ $A_{результ}$ имеет минимальное значение,

поэтому условия минимумов: $r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, где $k = 0,1,2,3,\ldots$




Для общего случая:

$\vec{x} = \vec{A}_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1)$, $\vec{x}_2 = \vec{A}_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2)$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Так как $I = A^2$, то $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

Для когерентных волн $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = const$; не зависит от времени, но для каждой точки пространства имеет свое значение.

Когда $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) > 0$, то $I > I_1 + I_2$; при $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) < 0$, $I < I_1 + I_2$

Следует отметить, что при интерференции волн не происходит простое сложения их энергий. При $I_1 = I_2$, в максимуме $I = 4I_1$, а в минимуме $I = 0$. Например, в точках минимума или около них энергия волн, дошедших от двух источников меньше, чем энергия волны одного источника. Интерференция волн приводит *к перераспределению энергии колебаний* между различными близкорасположенными частицами среды. В среднем, для большой области пространства, энергия результирующей волны равна сумме энергий интерферирующих волн.

У некогерентных волн в среднем $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ и при $I_1 = I_2$; $I = 2I_1$.

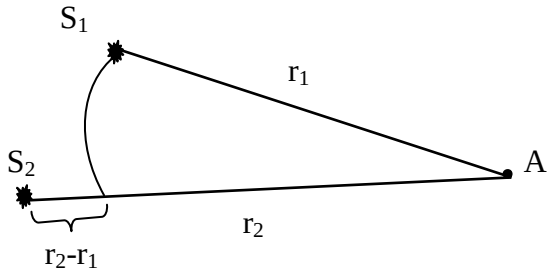
Таким образом, если когерентные волны в точку $A$ приходят из двух источников $S_1$ и $S_2$, то условия максимума и минимума для них имеет вид:

$$\Delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \text{(условия максимума)},$$

$$\Delta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \text{(условия минимума)},$$

где $\Delta$ – разность хода лучей, $k = 0, 1, 2,\ldots$

Иными словами, **если в разность хода лучей умещается четное количество полуволн (или целое число волны), то в этой точке мы имеем максимальное усиление волны. Если же в разность хода лучей помещается нечетное количество полуволн, то в этих точках происходить ослабление волн.**




Для световых лучей условие максимумов и минимумов относится не к разности хода лучей, а к **оптической длины пути волны.** Последняя собой представляет произведение геометрической длины $r$ пути световой волны в данной среде на показатель преломления $n$ этой среды. В общем случае, когда лучи от источников $S_1$ и $S_2$ приходят сквозь среды с разными показателями преломления, то $\Delta=|n_2r_2 - n_1r_1|$ .Но обычно, оба источника находятся в воздухе, для которого можно принять $n_1=n_2=1$ , поэтому вместо оптической разности хода часто употребляют $|r_2-r_1|$.

Следует отметить, что когерентность волн в течении времени и при больших значениях разности хода нарушаются.

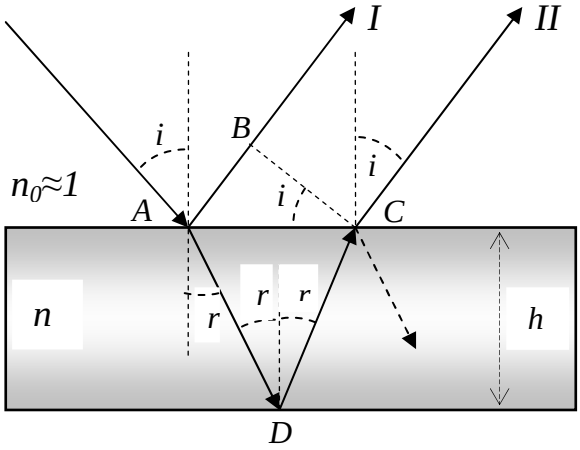
При *отражении* света в разность хода $\Delta$ появляется дополнительная разность фаз; если свет отражается от границы с оптически более плотной среды (зеркало), то фаза колебания светового вектора скачками меняется на $\pi$ («**потеря полуволны**» при отражении). В этом случае к $\Delta$ надо прибавить или отнять $\lambda/2$.

*Линзы дополнительной разности хода не вносят.*

Так как свет, исходящий из светящегося тела, представляет собой совокупность множества электромагнитных волн, излучаемых отдельными частицами (атомами и молекулами) тела, то световые волны от независимых источников практически не могут быть когерентными (исключение составляют лазеры). Для получения интерференционной картины (когерентных световых волн) применяют метод «разделения» волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга. Такое «раздвоение» можно осуществить, например, посредством экрана с двумя малыми отверстиями, которые играют роль независимых источников (метод Юнга), отражением света от двух плоских зеркал, установленных под углом ~$180^0$ (зеркало Френеля) или прохождением света через два одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами (бипризма Френеля).

*Интерференция света в тонких пленках*

В условиях максимумов и минимумов разность хода зависит от длины волны. Это приводит к тому, что для белого света, который представляет собой смесь различных цветов (различных λ), светлые полосы в интерференционных картинах приобретают радужную окраску. В природе это наблюдается в тонких пленках, которые образуют, например, *мыльные пузыри* или *масляные пленки* на воде или на асфальте. В данном случае, интерференция происходит между двумя волнами (*I* и *II*), отраженными от двух (верхних и нижних) поверхностей пленки.




$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

$$\Delta = (|AD| + |DC|) - (|AB| \pm \lambda/2)$$

член $\lambda/2$ из-за эффекта полуволн

Если $n > n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке *A* и вышеупомянутый член будет иметь отрицательный знак (−); если же $n < n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке *D* и $\lambda/2$ будет иметь знак (+)

$|AD| = |DC| = h/\cos r$

$|AB| = |AC| \sin i = 2h \cdot tgr \cdot \sin i$

Учитывая, что $\sin^2 r = 1 - \cos^2 r$ и $\sin i = n \cdot \sin r$, получаем

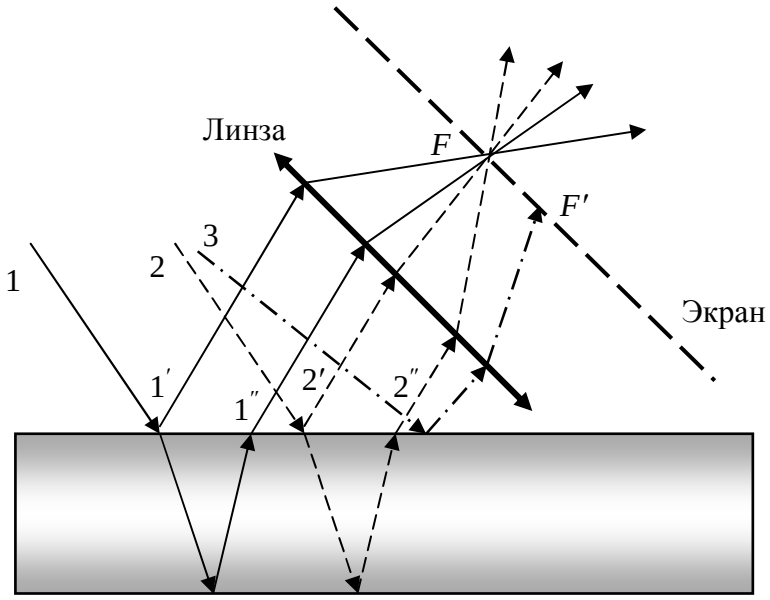
$\Delta = 2nh \cos r + \lambda/2$ $\quad \Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$ или $\Delta = f(h, n, i, \lambda)$

Разность хода $\Delta$ зависит от толщины пленки *(h)*, коэффициента преломления вещества *(n)*, из чего состоит пленка, от угла падения *(i)* и длины волны света *(λ)*. При больших значениях *h* когерентность *I* и *II* волн нарушается, поэтому интерференция наблюдается у тонких пленок.

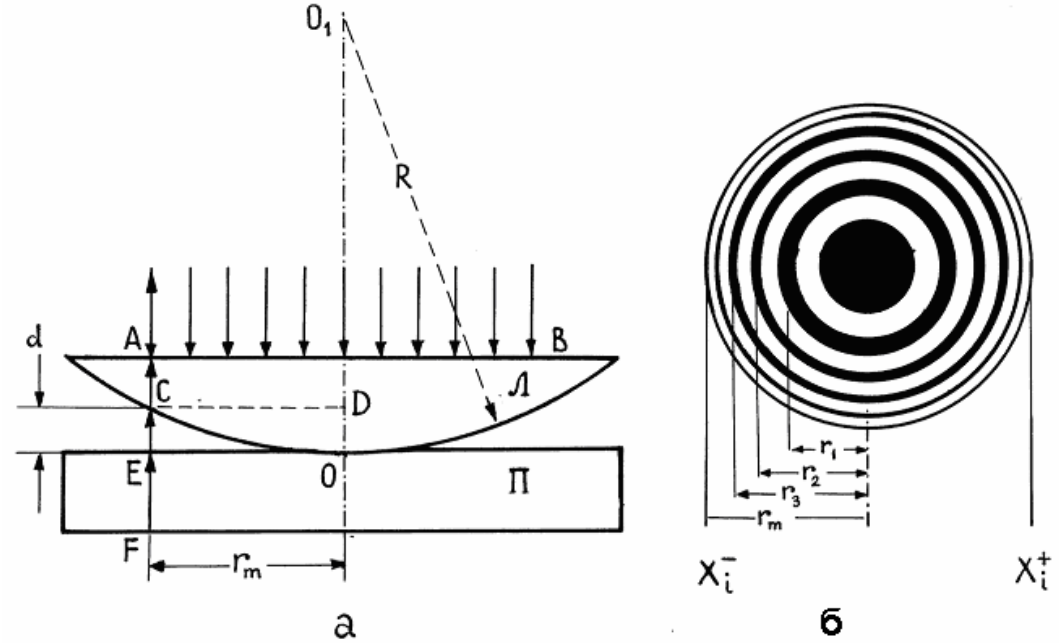
*Полосы равной толщины* (интерференция от пластинки переменной толщины) наблюдается, когда параллельный пучок ($i = const$) монохроматического света ($\lambda = const$) падает на однородную ($n = const$) пластину, толщина которой меняется от точки к точке ($h \neq const$).

*Полосы равного наклона* (интерференция от плоскопараллельной пластины) получается при $h = const$. $n = const$, $\lambda = const$ , но при $i \neq const$.

*1′,1″,2′* и *2″* параллельны (так как пластинка параллельна), поэтому, чтобы их наблюдать используют собирающую линзу, при помощи которой они на экране собираются в точке *F*. Лучи, подающие под другим углом (*3*) собираются в другой точке *F′*. Если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то получаются концентрические кольца с центром в фокусе линзы.




<u>*Кольца Ньютона*</u> наблюдаются при отражении света от воздушного зазора (*EC*), образованного плоскопараллельной пластинкой (*П*) и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой (*Л*) с большим радиусом (*R*) кривизны и являются частным случаем интерференционных полос равной толщины.




Параллельный пучок монохроматического света падает нормально на плоскую поверхность *AB* линзы и частично отражается на границах раздела сред. Рассмотрим ход луча, падающего в точку *A* плоской поверхности линзы. Отражение волн происходит в точках *A, C, E* и *F*. Оптическая разность хода

между волнами, отраженными в точках *A* и *C* (а также в точках *A* и *E*, *C* и *F*), значительно превышает длину когерентности электромагнитных волн, испускаемых лампой. Достаточно малую разность хода имеют только волны, отраженные от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между линзой и пластинкой, в точках *C* и *E* (радиус *R* линзы выбирают весьма большим, поэтому эти волны можно считать когерентными). Попадая в глаз наблюдателя, эти волны и обусловливают интерференционную картину.

Вследствие симметрии интерференционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец, ширина и интенсивность которых постепенно убывает по мере удаления от центра картины (правый рисунок, б). В центре картины, где $d = 0$, наблюдается темное пятно (минимум нулевого порядка), что соответствует разности хода отраженных волн равной $\lambda\ /2$.

Из левого рисунка видно, что $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$; такой же результат получаем из формулы $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$, при *i=0, n=1* (зазор воздушный).

Также видно, что $R^2=(R-d)^2+r^2$, где $r$ - радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор *d*.

Так как $d<<R$, то $d=r^2/2R$ и $\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$

Из условия максимума $\Delta=\pm m\lambda_0$ $(m=0,1,2,\ldots)$

Для радиусов $m$ -го светлого кольца получаем:

$$r_m = \sqrt{(m-1/2)\lambda R}$$

Связь между радиусом m темного интерференционного кольца $r_m$, радиусом $R$ кривизны линзы и длиной световой волны $\lambda$ определяется соотношением

$$r_m^{'} = \sqrt{mR\lambda}, \text{ где m=0,1,2,3…}$$

Но для экспериментальной проверки эта формула не применима т.к. в действительности между линзой и пластиной в точке *O* всегда имеется незначительный зазор. Чтобы исключить искажения, вносимой этим зазором, возведем формулу $r_m^{'} = \sqrt{mR\lambda}$ в квадрат и вычитая из нее такое же выражение, но записанное для *к*-го темного кольца, получим: $r_m^2 - r_k^2 = R(m-k)\lambda$.

Отсюда

$$R = \frac{r_m^2 - r_k^2}{(m-k)\lambda}.$$

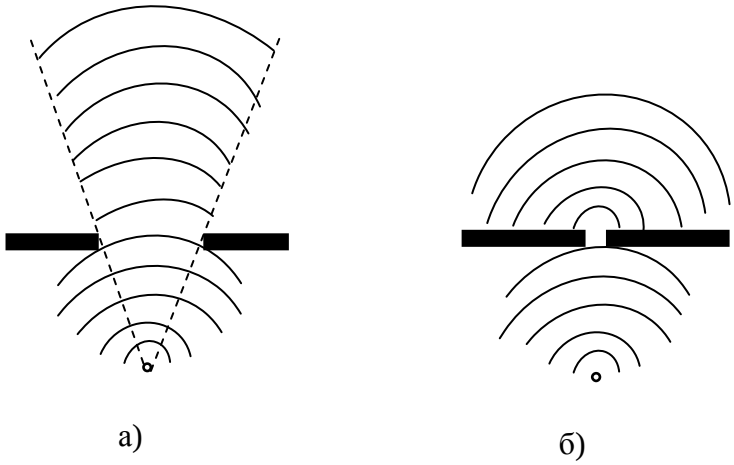
Эта формула уже может быть применена и в том случае, когда стеклянная линза не плотно примыкает к плоскопараллельной пластинке вследствие попадания пыли.

## §2.2. Дифракция света

**Явление непрямолинейной распространения света вблизи преграды** (огибание световым лучом преграды и проникновение света в область геометрической тени) называется **дифракцией** света, а получающаяся картина – дифракционной, т.е. *дифракция*, в более широком смысле, - это *любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики*.

Огибание препятствий звуковыми волнами (т. е. дифракция звуковых волн) наблюдается повсеместно постоянно в обыденной жизни. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий, так как их длина волны гораздо меньше, чем у звуковых волн.

На рисунке схематично показаны дифракции механических волн на поверхности воды. Путь волнам на поверхности воды преграждает экран с щелью, от ширины которой зависит картина распространения волн. Если размеры щели велики по сравнению с длиной волны (левый рисунок, а)), то волна проходит сквозь щель, почти не меняя своей формы (только по краям можно заметить небольшие искривления волновой поверхности). Если же размеры щели соизмеримы или меньше чем длина волны, то за экраном распространяется круговая волна, как если бы источник волны располагался в отверстии экрана (правый рисунок, б)).

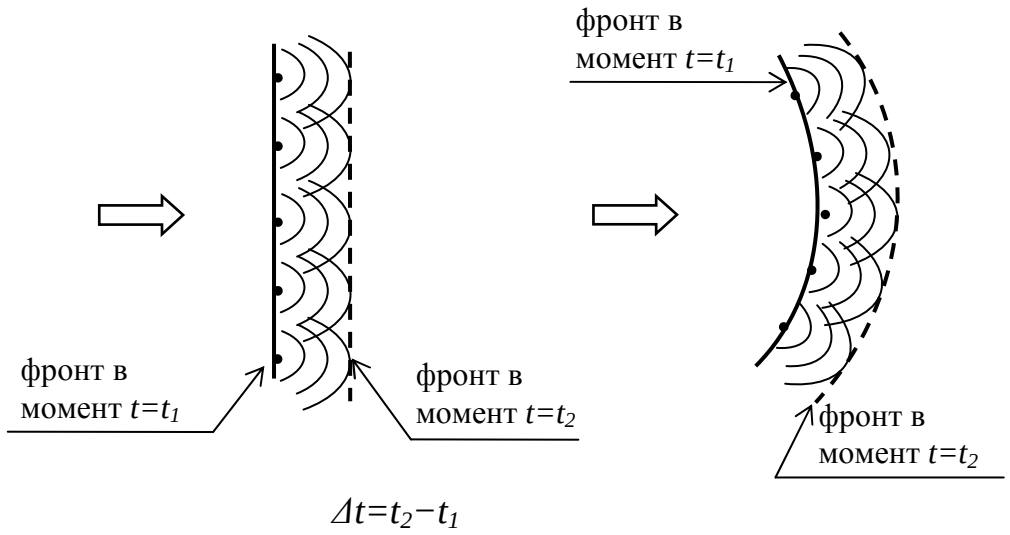



Таким образом, в данном примере, явление дифракции наблюдается в тех случаях, когда размеры препятствия малы или соизмеримы с длиной волны (отверстия в непрозрачных экранах, границы непрозрачных тел, и т. д.). Но сравнимость размеров преграды с длиной волны (например, света), не является необходимым условием для наблюдения дифракционных явлений. Если дифракционная картина наблюдается на достаточно больших расстояниях от преград, то размеры последних могут существенно превосходить длину волны. Просто, при прочих равных условиях, чем меньше длина волны и чем больше размер препятствия, тем в меньшей степени выявляется дифракционная картина и более применимы законы геометрической оптики.

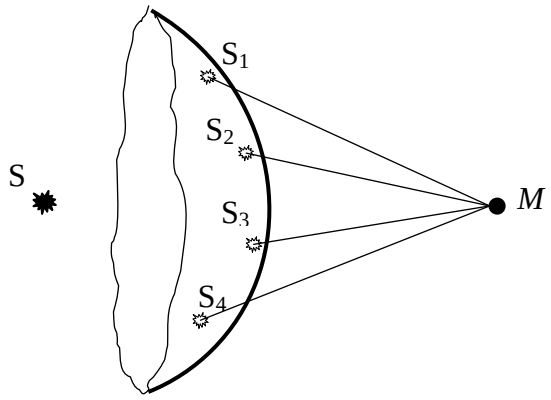
Дифракционная картина от маленького отверстия или круглого непрозрачного экрана представляет собой концентрические светлые и темные круги. Любопытно, что, если в центре дифракционной картинки от отверстия, изменяя диаметр отверстия, можно получить и светлое и темное пятно, то в центре дифракционной картинки от круглого экрана *всегда получается светлое пятно* (пятно *Пуассона*). Исторически, установление этого экспериментального факта (1818г.) сыграло решающую роль для утверждения волновой теории света.

Явление дифракции объясняется **принципом Гюйгенса-Френеля** (1815), который представляет собой объединение **принципа Гюйгенса** с идеей интерференции вторичных волн.

Согласно **принципу Гюйгенса** (1678)**, каждая точка фронта волны от источника *S* является элементарным, воображаемым источником новых, вторичных волн $S_1$, $S_2$ и т. д., огибающая которых определяет положения фронта волны в следующий момент времени.**




Принцип Гюйгенса решает лишь геометрические задачи: позволяет найти направление распространения фронта волны, объяснить равенство углов падения и отражения при отражении света.



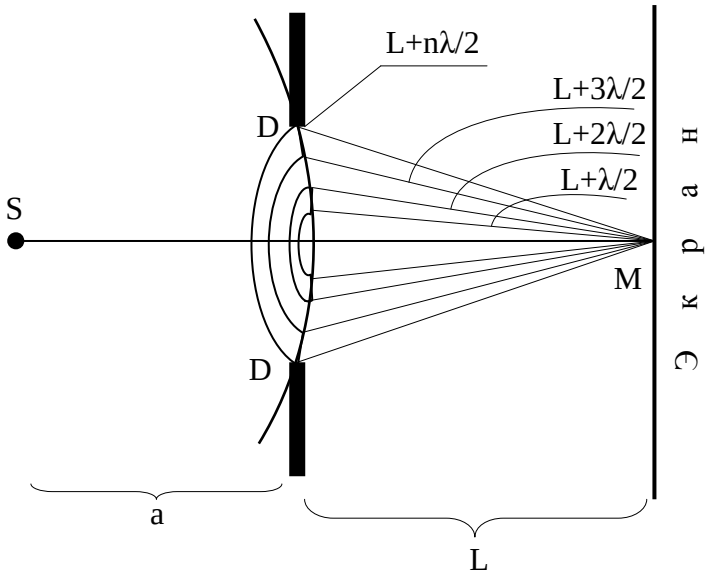

Согласно идее Френеля, **волновая поверхность в любой момент времени представляет собой не просто огибающую вторичных волн, а результат их интерференции (суперпозиции).** А это означает, что амплитуда и фаза волны в любой точке *M* пространства – это результат интерференции волн, «излучаемых» множественными, вторичными,

фиктивными источниками $S_1$, $S_2$ и т., д.

Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля подразумевает:

- Каждая точка среды, до которой дошла волна, сама становится источником вторичных волн;
- Вторичные волны взаимно гасятся во всех направлениях, кроме направлений исходного фронта.

Дифракционную картину от круглого непрозрачного экрана, от маленького отверстия или щели можно объяснить при помощи зон Френеля (*методом зон Френеля*). Для учета интерференции вторичных волн Френель предложил мысленно разбить волновой фронт в месте расположения преграды на кольцевые зоны (в случае дифракции от круглого отверстия или круглого непрозрачного экрана) или полосы-зоны в случае дифракции от щели. На рисунке показаны проекции этих зон на отверстии *DD* и их размеры. Размеры зон выбирают таким образом, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки *M* отличались на $\lambda/2$. Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке М сферы радиусами $L$, $L+\lambda/2$, $L+2\lambda/2$, $L+3\lambda/2$,…, $L+n\lambda/2$, где $L$-расстояние экрана от отверстия. Свет от соседних зон гасят друг друга, так как разность хода у них равняется $\lambda/2$.



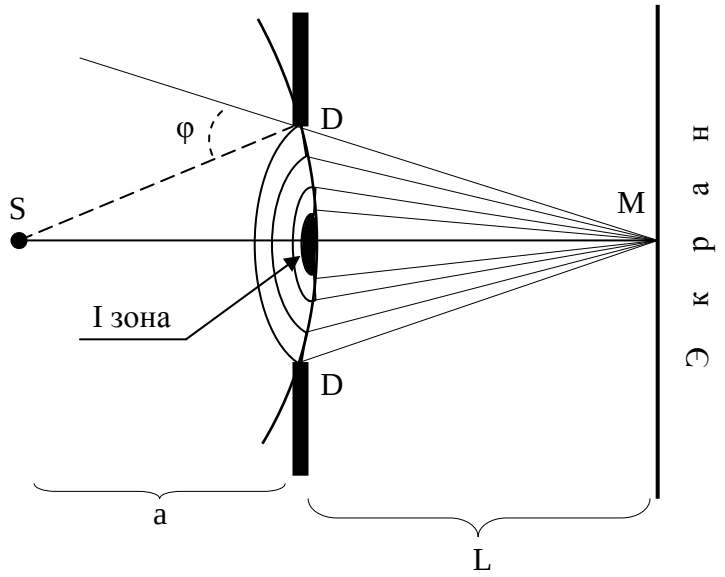

Можно показать, что при таком разбивании зон, если *n* не слишком большое, площади зон Френеля одинаковы, а это означает, что построение таких зон разбивает волновую поверхность сферической волны на *равновеликие* зоны. Хотя явление дифракции общие для всех волновых процессов, для наблюдения дифракции света нужны особые условия; а именно $L \geq DD^2/\lambda$. (так как для света $\lambda << DD$, то дифракцию света можно наблюдать только на достаточно больших расстояниях $L$ от преграды).

Если в отверстии *DD* укладывается *четное* число зон ($n=2k$), то в точке *M* наблюдается интерференционный *минимум* (все зоны попарно гасят друг друга). Энергия света в результате интерференции *перераспределяется* в ви-

де темных и светлых колец. Если подающий свет белый – эти кольца будут радужными. Когда $n$ - *нечетное*, то в точке $M$ – светло (интерференционный максимум), т.к. одна зона остается негашеной ($n=2k+1$).

Общее количество $N$ зон на полусфере очень велико: например, при $a \approx L \approx 10см$, для $\lambda \approx 500нм$, $N \approx 8 \cdot 10^5$.

Метод зон Френеля позволяет нам объяснить также **прямолинейность распространения света.** Действие всей волновой поверхности света от источника $S$ на точку $M$ сводится к действию ее малого участка меньшего центральной зоны. Остальные зоны друг друга гасят. Воздействия остальных зон тем меньше, чем дольше они от $M$ и чем больше уголь $\varphi$. Амплитуда колебаний в точке $M$ равна $A \approx A_1/2$, где $A_1$ амплитуда колебаний, возбуждаемых в точке $M$ центральной зоной.



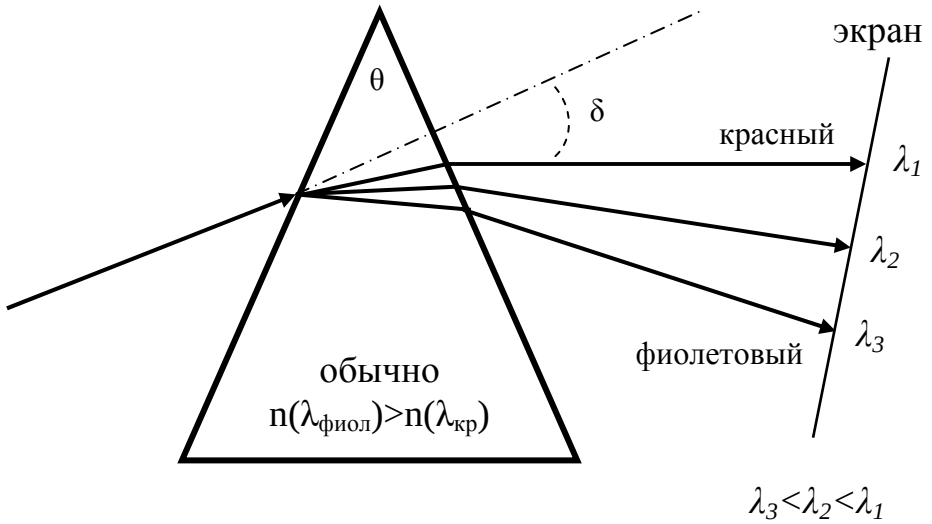

Следует отметить, что между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. В обоих явлениях происходит перераспределение светового потока в результате суперпозиции волн. Но по историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть дифракцией волн. Поэтому говорят, например, об интерференционной картине от двух узких щелей и о дифракционной картине от одной щели, хотя эти картины качественно не отличаются друг от друга и представляют собой чередование светлых и темных полос.

## §2.3. Дисперсия света и спектральный анализ

**Дисперсией света** называется зависимость показателя преломления $n$ вещества от частоты $\nu$ (длины волны $\lambda$) света или зависимость скорости распространения $\upsilon$ световых волн от его частоты $\nu$:

$$n=f(\lambda)$$

Такая зависимость в той или иной мере свойственна всем веществам, но существуют среды с выраженной зависимостью $n(\lambda)$ *(диспергирующие вещества)*. По теории Максвелла $n=\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}$, а для большинства веществ $n\approx\sqrt{\varepsilon}$, (т.к. $\mu\approx 1$) такая зависимость не должна существовать. Это противоречие устранила теория Лоренца, но полностью объясняется в квантовой теории.




Зависимость показателя преломления вещества от частоты означает, что одна и та же среда по-разному преломляет различные монохроматические лучи (т. е. лучи с различными значениями $\lambda$). Благодаря дисперсии луч белого света, проходящий через преломляющую среду, оказывается разложенным на различные монохроматические лучи (т.е. образуется **дисперсионный спектр)**Наиболее отчетливо дисперсионный спектр обнаруживается при преломлении света через призму. Так как угол отклонения света призмой зависит от $n$ ($\delta=\theta(m-1)$), то лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т.е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр. Это и наблюдал Ньютон, который впервые доказал, что белый свет состоит из смеси различных цветов.

Цвета, полученные разложением света в спектр, называются *спектральными* или *чистыми*, остальные – *смешанными***.** Пары цветов, которые при смешивании дают *белый свет*, называются *дополнительными:*(например **красный + сине-зеленый** или **оранжевый + синий** дают **белый свет).**

Дисперсионные и дифракционные спектры широко используются при определении химического состава вещества (**спектральный анализ**).

**Спектральный анализ – это метод определения качественного и количественного состава вещества, основанный на получении и исследовании спектров поглощения и испускания.**

Внешний вид спектров может быть весьма разнообразным и зависит от свойства и химического состава источника света. Различают три основных типа спектров излучения: **сплошные, линейчатые и полосатые**.

В **сплошном спектре** представлены все цвета (длины волн), причем переход от одного цвета к другому совершается постепенно (непрерывно). Примером такого спектра может служить обыкновенная радуга.

**Линейчатый спектр** состоит из ряда резко очерченных цветных линий (так называемых **эмиссионных линий**), отделенных друг от друга широкими темными промежутками. Каждой линии соответствует одна определенная длина световой волны (точнее, очень узкий интервал длин волн). **Полосатый спектр** состоит из большого числа линий, расположенных так близко друг к другу, что они сливаются в виде отдельных полос.

**Линейчатые спектры** излучаются **отдельными** (не взаимодействующими друг с другом) возбужденными **атомами** или **ионами**.

**Полосатые спектры** излучаются **отдельными** возбужденными **молекулами**.

**Сплошные спектры** излучаются совокупностями многих **взаимодействующих между собой** молекулярных и атомных ионов.

Если свет от источника, дающий сплошной спектр, предварительно пропущен через разреженный газ (или пар), то на спектре появляются черные линии (или полосы), которые соответствуют линиям (или полосам) спектра излучения данного газа. Такого рода спектр (так называемый **спектр поглощения**) обусловлен тем, **что газы поглощают идущие от источника свет на тех же длины волнах или точно те линии спектра, которые они сами излучают.** Наглядно эту картину можно увидеть при наблюдениях солнечных спектров. Обычный солнечный спектр собой представляет спектр поглощения фотосферы - светящего диска солнца. Во время полных солнечных затмений, когда светящий диск солнца закрывается луной, появляется возможность наблюдать спектра хромосферы – атмосферы солнца. В одно мгновения исчезает непрерывный, цветной спектр с линиями поглощения и появляется на слабом, темном фоне, на месте линии поглощения яркие эмиссионные линии.

Для каждого химического элемента или иона (находящегося в состоянии разреженного газа или пара) характерен вполне определенный спектр излучения или поглощения (по числу спектральных линий, их цвету (длины волны) и взаимному расположению). Обнаружение спектральной линии того или иного химического элемента в каком-нибудь веществе или среде *безоговорочно* говорит о его присутствии в данной среде.

## § 2.4. Поляризация света

**Поляризацией** света называется совокупность явлений волновой оптики, в которых проявляется *поперечность* электромагнитных (световых) волн.

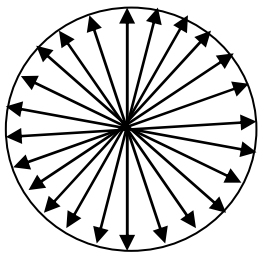
Обычно рассматривается только электрический вектор $E$ (световой вектор) электромагнитной волны, т.к. при действии света на вещество основное значение (влияние) имеет именно эта составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества.

Атомы излучают световые волны независимо друг от друга определенными порциями (короткими импульсами) которые называются **волновыми цугами** (длительностью около $10^{-8}c$)

**Свет, в котором направления колебания светового вектора** (и, следовательно, магнитного вектора тоже) **каким-то образом упорядочены, называется поляризованным.**

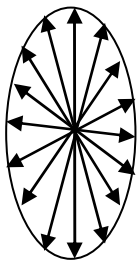
Свет называется **плоскополяризованным** (или **линейно поляризованным**), если колебания светового вектора происходят в определенной плоскости, называемой **плоскостью поляризации** (в некоторых книгах за плоскостью поляризации принимают плоскость колебания магнитного вектора).

В данный момент времени



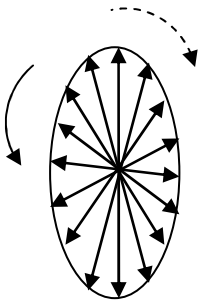
Неполяризованный, естественный свет

Линейнополяризованный (плоскополяризованный) свет

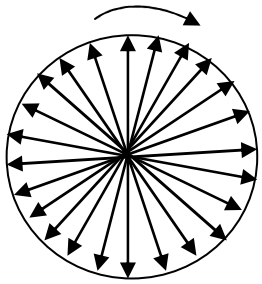


Частично поляризованный свет

В течение времени



Эллиптисечки поляризованный свет (левая или правая)



Круговая поляризация

**Поляризаторы** – устройства, пропускающие колебания только определенного направления (например, параллельные главной плоскости или оптической оси поляризатора), и таким образом поляризующие естественный свет. Они же могут быть и **анализаторами**, т.е. устройствами, определяющие характер и степень поляризации.. Если на анализатор падает частично поляризованный свет, то поворот анализатора вокруг луча сопровождается изменением интенсивности проходящего света от максимальной до минимальной

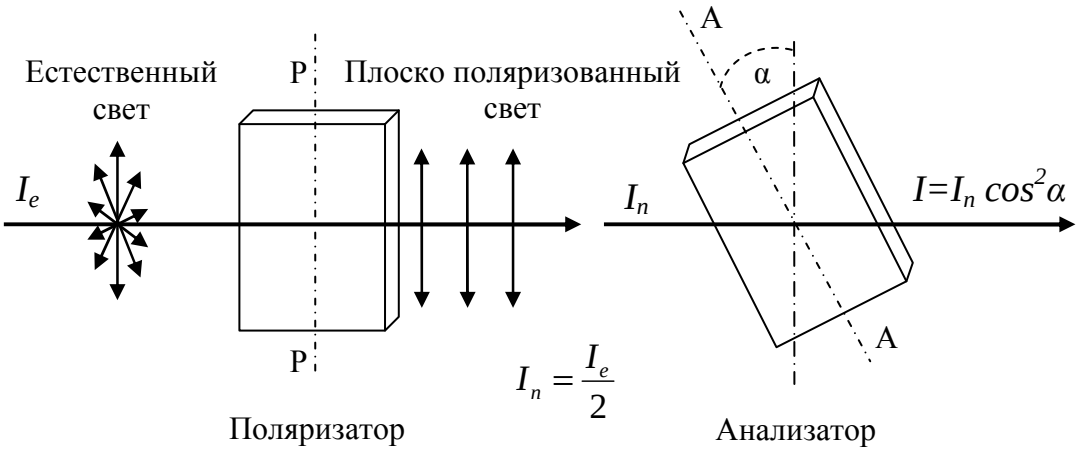
Степень поляризации определяется выражением:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

где $I_{max}$ и $I_{min}$ -соответственно максимальная и минимальная интенсивность поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Для естественного света $I_{max}=I_{min}$ и $P=0$.

Для плоско поляризованного света $I_{min}=0$ и $P=1$.




На рисунке показано как естественный свет с интенсивностью $I_e$, проходя через поляризатор (кристалл *турмалина*), становится линейно поляризованным с интенсивностью $I_n$. Обозначая угол между осями поляризатора (*PP*) или анализатора (*AA*) (или между плоскостью поляризации света и осью анализатора) $\alpha$, для выходящего из анализатора светового вектора $\vec{E}$ получаем:

при $\alpha = 0$, $\vec{E} = \vec{E}_n^0$

при $\alpha = \pi/2$ $\vec{E} = 0$

где $\vec{E}_n^0$ – световой вектор плоско поляризованного света после поляризатора

$\vec{E} = \vec{E}_n^0 \cdot \cos\alpha$, т.к. $I \sim E^2$

$$\boldsymbol{I = I_n \cdot \cos^2 \alpha}$$ закон **Малюса** (1810г.)

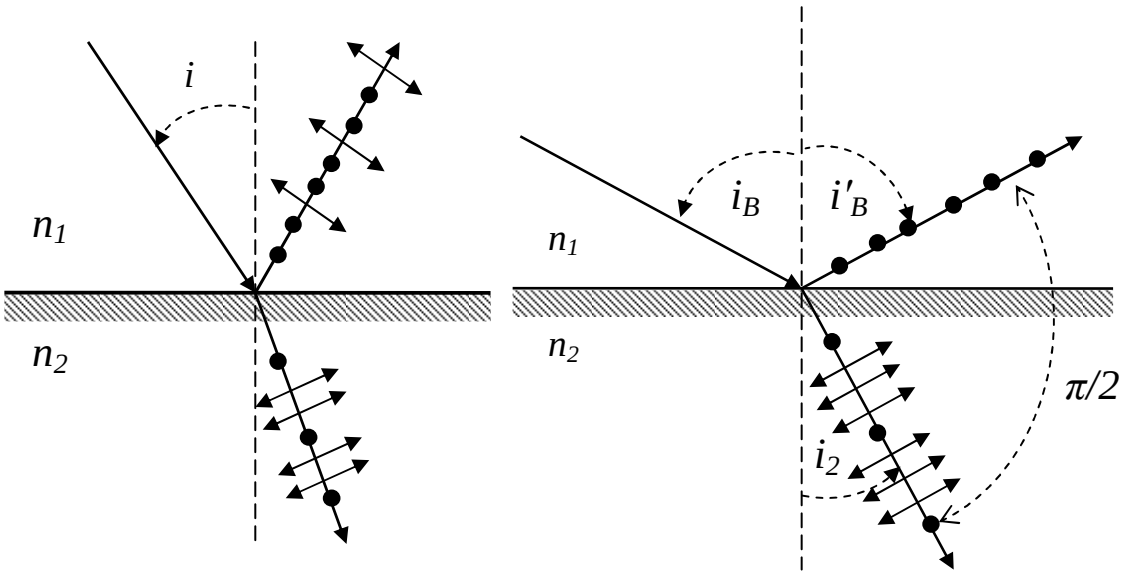
или $$I = \frac{1}{2} I_e \cdot \cos^2 \alpha$$

*Глаз человека не отличает поляризованный свет от естественного*

## *Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков*

При падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков отраженный и преломленный луч *частично* поляризуются.

В отраженном луче преобладают колебания перпендикулярные плоскости падения (на рисунке - точки), в преломленном – колебания, параллельные плоскости падения (на рисунке - стрелки). Степень поляризации зависит от угла падения.




Если угол падения $i$ удовлетворяет условию

$tg\, i_B = n_{21} = n_2 / n_1$ (закон Брюстера, $i_B$ – *угол Брюстера* ),

то отраженный луч полностью поляризуется в плоскости перпендикулярной плоскости падения (**плоскополяризованный свет**), а преломленный луч поляризуется частично – в нем максимально преобладают колебания, параллельные плоскости падения. При этом отраженный и преломленный луч взаимно перпендикулярны.

Доказательство: т.к. $tg\, i_B = \sin i_B / \cos i_B = n_{21} = \sin i_B / \sin i_2$ ,

значит $\cos i_B = \sin i_2$ , *следовательно* $i_B + i_2 = \pi/2$ , $i_B' = i_B$ и

$$i_B' + i_B = \pi/2.$$

# ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

Физические законы должны быть
математически красивыми
Дирак

## §1. Тепловое излучение

Самым распространенным видом электромагнитного излучения в природе является **тепловое излучение**, которое совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т.е. за счет внутренней энергии). Любые физические тела, которые имеют температуру, испускают тепловое излучение и так как абсолютный нуль недостижим ($T \neq 0$; в природе не существуют тела с нулевой температурой Кельвина), то отсюда вытекает, что **тепловое излучение** присуще **всем** физическим телам.

Полной **лучеиспускательной** (или **излучательной**) **способностью** $E$ тела называется энергия электромагнитного излучения, испускаемого по всевозможным направлениям, в единицу времени, с единицы площади поверхности тела (иначе называется также **энергетической светимостью**). **[Дж/(с·м$^2$)]**

Полной **поглощательной способностью** $A$ тела называется отношение энергии электромагнитного излучения, поглощаемого телом, ко всей падающей на него лучистой энергии (величина безмерная).

$$A \leq 1$$

$E$ и $A$ зависят от природы тела, $T$ и $\nu$ или $\lambda$ излучения, поэтому вводиться такие физические характеристики как;

**Спектральная излучательная способность** или **спектральная плотность энергетической светимости (излучательность) тела** ($E_{\nu,T}$ или $E_{\lambda,T}$) – это мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины (или энергетическая светимость, рассчитанная для узкого интервала длин волн $\Delta\lambda$, т. е. от длин волн $\lambda - \Delta\lambda/2$ до $\lambda + \Delta\lambda/2$).

Аналогично вводится понятие **спектральной поглощательной способности** ($A_{\nu,T}$ или $A_{\lambda,T}$).

$$A_{\lambda,T} = \frac{dW^{\text{погл}}_{\lambda,\lambda+d\lambda}}{dW_{\lambda,\lambda+d\lambda}} \quad dW^{\text{изл}}_{\lambda,\lambda+d\lambda} = E_{\nu,T}d\nu = E_{\lambda,T}d\lambda \quad c = \lambda\nu \quad \nu \cdot d\lambda + \lambda \cdot d\nu = 0$$

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c} \quad E_{\nu,T} = E_{\lambda,T} \cdot \frac{\lambda^2}{c} \quad E_T = \int_0^\infty E_{\nu,T}d\nu \quad E_T = \int_0^\infty E_{\lambda,T} \cdot d\lambda$$

Пожалуй, тепловое излучение – практически единственный вид излучение, который может быть **равновесным**, а это означает, что с течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, может наступать **равновесие**, т.е. тело в единицу времени будет **поглощать** столько же энергии, сколько **излучает**.

**Воображаемое тело**, **полностью поглощающее** при любой температуре всю падающую на него лучистую энергию, называется **абсолютно черным телом**: $A_\lambda = A = 1$.

В природе таких тел нет, но некоторые тела по своим поглощательным свойствам близки к абсолютно черным телам, например, для сажи $A$=0,95[15].

В реальности моделью абсолютно черного тела является небольшое отверстие (дырка) в непрозрачной стенке замкнутой полости. Луч, попавший через отверстие внутрь полости, после многократных отражений от внутренних стенок практически полностью поглощается и не выходить наружу, независимо от материала стенок. После установления равновесного излучения некоторой температуры, излучения, выходящее из отверстия можно считать как излучение абсолютного черного тела. При низкой температуре полости отверстие в ней кажется черным; если же полость нагрета до высокой температуры, то отверстие представляется ярко светящимся. По аналогию с этой моделью в астрофизике **«черными дырами»** назвали уникальные объекты с колоссальными массами, которые поглощают подающий на них все электромагнитное излучение[16]. Излучение Солнца близко к излучению абсолютного черного тела с температурой $T \approx 5800^0 K$.

**Серые тела** – это тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех **частот** и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела.

$$A_{\lambda,T}^{серые} = A_T = const < 1$$

Кирхгоф установил (1859г), что у разных тел, в условиях равновесного излучения

$$\left(\frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}}\right)_2 = \cdots = \left(\frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}}\right)_{абс.ч.т.} = (E_{\lambda,T})_{абс.ч.т.} = \varepsilon_{\lambda,T},$$

где $\varepsilon_{\lambda,T}$ - спектральная излучательная способность абсолютно черного тела.

Пропорциональность $E_{\lambda,T}$ и $A_{\lambda,T}$ можно показать следующим опытом: на фарфоровой пластинке зачерняют тушью круг (участок с высоким поглощением). После согревания до высоких температур, в темноте круг будет светлее, чем фон, т.к. он и излучает больше.

**Для всех тел при данной температуре *T* и для одной и той же длины волны λ, отношение спектральной испускательной способности к спектральной поглощательной способности тела не зависит от природы тела и равняется спектральной излучательной способности абсолютно черного тела при тех же длине волны и температуре (Закон Кирхгофа).**

Из закона Кирхгофа вытекает три важных следствия.

---

[15] Недавно появилось сообщение о том, что обрабатывая поверхность цветных металлов лазером, американским ученым удалось увеличить их поглощательную способность почти до $A \approx 1$.

[16] Строго говоря, черными дырами могут стать физические тела любой массы, если их уменьшить до определенных размеров (до радиуса Шварцшильда).

*1.* (Спектральная) испускательная способность любого тела при данной температуре равна произведению его спектральной поглощательной способности на спектральную испускательную способность абсолютно черного тела при той же температуре.

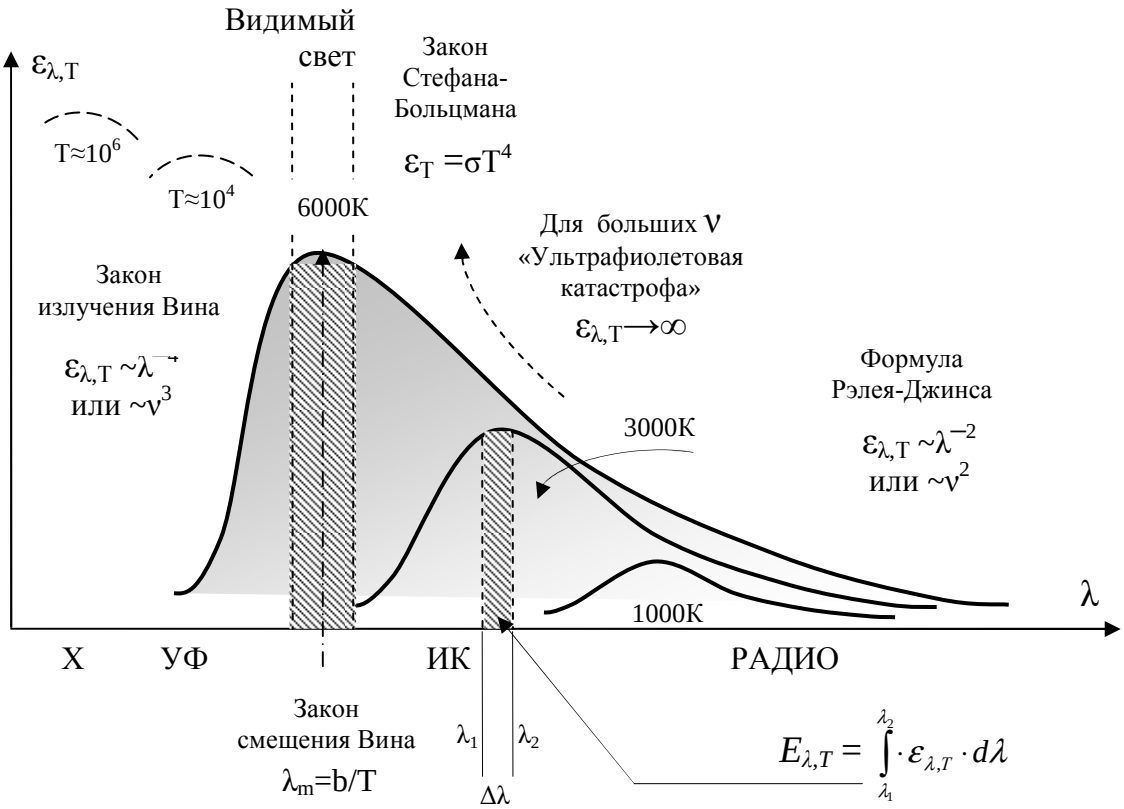
$$E_{\lambda,T} = A_{\lambda,T} \cdot \varepsilon_{\lambda,T} \quad E_T = \int_0^{\infty} A_{\lambda,T} \cdot \varepsilon_{\lambda,T} \cdot d\lambda$$

2. Спектральная испускательная способность любого тела **меньше** спектральной испускательной способности абсолютного черного тела при той же температуре:

$$E_{\lambda,T} < \varepsilon_{\lambda,T}\text{, так как всегда } A_{\lambda,T} < 1.$$

3. Если тело не поглощает каких-либо волн, то оно и не испускает их: при . $A_{\lambda,T}=0$, $E_{\lambda,T}=0$.

Закон Кирхгофа является настолько характерным для теплового излучения, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Можно с уверенностью сказать, что излучение, не подчиняющееся закону Кирхгофа, не является тепловым.




Экспериментально подтвержденную зависимость $\varepsilon_{\lambda,T}$ от λ схематично показана на рисунке, где . представлены излучения абсолютно черного тела различной температуры (6000К, 3000К и 1000К). Но алгебраический вид этой зависимости, опираясь на закономерностях классической физики, не удавался получить. В рамках классической физики удалось получить некоторые за-

коны излучения абсолютно черного тела, которые лишь частично объясняли вид функции $\varepsilon_{\lambda,T}$.

**Закономерности излучения абсолютно черного тела**

**1.** ***Закон Стефана - Больцмана.*** **Полная (по всему спектру) излучательная способность абсолютного черного тела прямо пропорциональна четвертой степени его абсолютной (термодинамической) температуре *T:***

$$\boldsymbol{\varepsilon_T} = \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,T}\, d\lambda = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *Вт/м²К⁴* постоянная Стефана – Больцмана.

$\varepsilon_T$ численно равна площади фигуры, ограниченной кривой $\varepsilon_{\lambda,T}$. и горизонтальной осью λ.

**2.** ***Закон смещения Вина*** *(1893г).* **Длина волны ($\lambda_{макс}$), на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной (термодинамической) температуре *T*.**

$$\boldsymbol{\lambda_{макс} = b / T},$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ *м К* постоянная Вина.

Этим объясняется изменение цвета физических тел при изменении их температуры. Например, для металлических предметов при комнатных или чуть выше температур, максимум их теплового излучения находится в инфракрасной части спектра, поэтому мы это излучение не видим. Когда мы повышаем температуру металла, максимум его теплового излучения перемещается в сторону коротких волн и мы видим его как свечение раскаленного металла. У Солнца, при температуре $T \approx 5800^0 K$, максимум теплового излучения приходится в видимый часть спектра ($\lambda_{макс} \approx 500$ *нм*),который, отчасти, совпадает с максимумом чувствительности нашего глаза. Значения $\lambda_{макс}$ и $\nu_{макс}$ не связаны формулой $c = \lambda \cdot \nu$, т.к. максимумы $\varepsilon_{\nu,T}$ и $\varepsilon_{\lambda,T}$ расположены в разных частях спектра.

Эти законы выводились, опираясь на закономерности классической термо- и электродинамики.

Для объяснения распределения энергии в спектре абсолютно черного тела немецкий физик М.Планк выдвигал чрезвычайно смелую гипотезу, которая, в дальнейшем, блестяще подтвердилась и коренным образом изменила развитию физики, и не только физики. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося в физике представления об электромагнитном излучении как о **непрерывной** электромагнитной волне, которая может иметь любую частоту и в соответствии с этим переносить **любую** энергию. Всякое тело состоит из громадного количества атомов; каждый из них по своим свойствам излучать электромагнитные волны подобен миниатюрному вибратору, который колеблется со многими частотами и излучает энергию соответствующих частот. Поэтому считалось, что тела излучают электромагнитные волны всевозможных частот, а их излучение непрерывно. Согласно гипотезе Планка,

энергия атома – вибратора может изменяться лишь определенными отдельными порциями (**квантами**)[17], кратными некоторой энергии $\varepsilon$, т.е может принимать только значения $\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \ldots, n\varepsilon$ . Величина элементарной порции энергии называется **квантом энергии** и определяется как:

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$$

где ν и $\lambda$ – частота и длина волны колебания атома, $h$ – универсальная постоянная Планка ($h=6{,}625\cdot 10^{-34}$ *Дж · с*).

По гипотезе Планка атомы не только имеют дискретные значения энергии, но излучают и поглощают электромагнитные волны дискретными порциями, кратными величины $h\nu$. На основе представлений о квантовом характере теплового излучения Планк получил математическое выражение для $\varepsilon_{\lambda,T}$ , которое полностью соответствовало экспериментальным данным.

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$$

В атомной физике используется также другое значение постоянной Планка $\hbar=h/2\pi$, при этом элементарная порция энергии кванта $\varepsilon = \hbar\omega$, где $\omega$ – *круговая частота* ($\hbar=1{,}055\cdot 10^{-34}$ *Дж·с*).

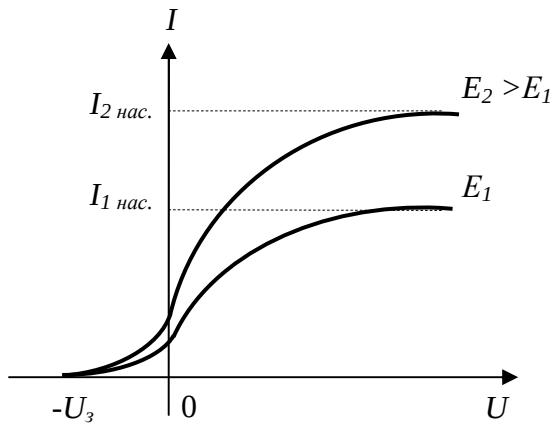
Зная $\sigma$ и $b$ можно вычислить $h, k, c$, и наоборот, $h, k, c$ можно выражать через $\sigma$ и $b$.

Например, $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3c^2}$, $b = \frac{hc}{4{,}965k}$

[17] Впервые слово «Квант» звучало на заседании Немецкого физического общества в докладе Планка 14.12.1900г. Эта дата считается днем рождения квантовой физики.

## § 2. Фотоэффект

**Фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется освобождение (полное или частичное) электронов от связей с атомами и молекулами вещества под воздействием света (видимого, инфракрасного и ультрафиолетового)**. Для твердых и жидких тел различается **внешний** и **внутренний** фотоэффект. Если под воздействием света электроны выходят за пределы освещаемого вещества (полное освобождение), то фотоэффект называется внешним (открыт в 1887г. Г.Герцем). Если же электроны теряют связь только со «своими» атомами и молекулами, но остаются внутри освещаемого вещества (полупроводники и в меньшей мере диэлектрики) в качестве «свободных электронов» (частичное освобождение), увеличивая тем самым электропроводимость вещества, то фотоэффект называется внутренним. В газах фотоэффект состоит в явлении **фотоионизации** – вырывании электрона из атомов и молекул газа под действием света. Электроны, вылетающие с поверхности тела пи внешнем фотоэффекте, называются фотоэлектронами. Фотоэлектроны, ускоренные электрическим полем между катодом и анодом, создают фотоэлектрический ток (**фототок**). На рисунке приведена зависимость фототока *I,* от напряжения *U* между катодом и анодом (**вольт - амперная характеристика фотоэффекта**). Из этой зависимости следует, что по мере увеличения *U* фототок постепенно возрастает, т. е. все большое число фотоэлектронов достигает анода. Максимальное значения тока $\boldsymbol{I_{нас.}}$ **- фототока насыщения** – определяется таким значением *U,* при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода.




Из ВАХ фотоэффекта видно, что при $U=0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью $\upsilon$, а значит, отличной от нуля кинетической энергией $m_e\upsilon^2_{макс}/2$ и поэтому могут достигнуть анода без (вопреки) внешнего поля. Фототок исчезает при некотором **задерживающем напряжении** $U_з$, когда ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью $\upsilon_{макс}$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода.

Основные закономерности внешнего фотоэффекта:

1. При фиксированной частоте падающего света сила фототока насыщения $I_{нас.}$ Прямо пропорциональная падающему интенсивности света *E* или световому потоку (**закон Столетова**):

$$I_{нас}=\gamma E,$$

где $\gamma$ – коэффициент чувствительности облучаемой поверхности. Он зависит от природы и состояния поверхности, а также от $\lambda$.

2. Независимо от интенсивности света фотоэффект начинается только при определенной (для данного вещества) минимальной частоте света, называемой **красной границей фотоэффекта ($\nu_0$).** Фотоэффект имеет место когда $\nu>\nu$ или $\lambda<\lambda$ $(\lambda_0=c/\nu_0)$.

3. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с ростом частоты света и не зависит от его интенсивности

Внешний фотоэффект безинерционен: фототок возникает через $10^{-9}$ *с* после освещения катода.

Находящиеся внутри металла свободные электроны не могут выйти из металла, так как кулоновские силы положительных ядер притягивают их обратно. Чтобы электроны вырвались наружу, надо совершить работу, для чего у тепловых электронов не хватает энергии. Когда свет падает на металл, то энергия света передается электрону, который уже может совершить работу выхода из вещества. Весь вопрос был в том – как свет передает свою энергию электрону. Все попытки объяснить этот процесс, исходя из волновой природы света, не венчались успехом. Тогда Эйнштейн, используя идею Планка о квантах электромагнитного излучения, представил этот процесс передачи энергии света электрону как взаимодействие световых квантов (**фотонов**[18]) с электроном. **Каждый фотон взаимодействует только с одним электроном и передает ему всю свою энергия, равную $h\nu$.**

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода $A$ из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $m_e\upsilon^2_{макс}/2$ . По закону сохранения энергии:

$$h\nu = A + m_e\upsilon^2_{макс}/2$$

(Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта).

Гипотеза Эйнштейна, которая в дальнейшем блестяще подтвердилась, полностью объяснила все экспериментальные закономерности фотоэффекта.

Фототок исчезает тогда, когда кинетическая энергия фотоэлектрона $m_e\upsilon^2_{макс}/2$ ровняется работе, которую надо совершить чтобы преодолеть задерживающее электрическое поле $eU_З$ .

Красная граница фотоэффекта можно найти из $h\nu_0=A \rightarrow \nu_0=A/h$.

Так же $\lambda_0=c/\nu_0=hc/A$.

При внутреннем фотоэффекте проводимость полупроводника (диэлектрика) резко увеличивается при их освещении.

Существует также многофотонный (нелинейный) фотоэффект, при котором электрон получает энергию от $N$ фотонов (при очень большой интенсивности света или лазера). В этом случае уравнение Эйнштейна принимает вид: $Nh\nu=A+m\upsilon^2/2$, а красная граница длин волн увеличивается.

В настоящее время в различных областях науки и техники широко используются **фотоэлементы** – приемники излучения, работающие на основе фотоэффекта преобразующие энергию излучения в электрическую.

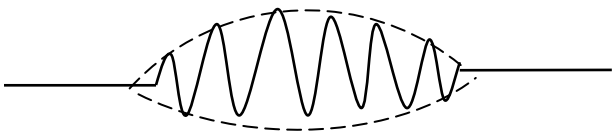
---

[18] Название «фотон» как «квант света» впервые предлагал А.Х.Комптон (1923г.).

Квантовая теория электромагнитных волн и эйнштейновское объяснение фотоэффекта окончательно подтвердили квантовую сущность света. Получилась странная ситуация с точки зрения классической физики, которая всегда четко разграничивала объекты, имеющие волновую природу (например, свет и звук), и объекты, имеющие дискретную корпускулярную структуру (например, система материальных точек). Свет в некоторых явлениях (интерференция, дифракция, дисперсия и др.) себя ведет как волна, а в некоторых явления (излучение черного тела, фотоэффект и др.) – как частица – фотон. Одним из наиболее значительных достижений современной физики заключается в том, что она не противопоставляет друг другу волновые и квантовые свойства света. Двойственную природу света (**корпускулярно - волновой дуализм света**) объясняется тем, что в некоторых явлениях более четко выражается волновые свойства света, а в некоторых – корпускулярные. Чем больше длины волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света и, наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света.

Одна из попыток объяснить корпускулярно-волновой дуализм сводиться к понятиям *волновых пакетов*. Дело в том, что, излучение никогда не может быть охарактеризовано единственной точно определенной частотой. О частоте волны можно говорить в том случае, когда эта волна равномерно распределена во всем пространстве. Это означает, что волна с *единственной* частотой должна иметь бесконечную протяженность. Однако все генераторы электромагнитных волн, будь то антенны или атомы, изучают лишь в течение конечных отрезков времени. Следовательно, волны излучения никогда не имеют бесконечной протяженности и не могут поэтому характеризоваться единственной частотой. Существующее в действительности излучение всегда состоит из набора (*суперпозиции*) волн с разными частотами. Если эти частоты заключены в узкой области около центральной частоты, то интерференция соответствующих волн оказывается *конструктивной* в одной области пространства и *деструктивной* во всем остальном пространстве. Результат такой суперпозиции волн приводит к тому, что колебания локализируются в ограниченном пространстве. Такая локализованная группа колебаний называется волновым пакетом. Волновой пакет электромагнитного излучения (т.е. фотон) распространяется как целое со скоростью света.

Область частот, соответствующая световому фотону, чрезвычайно узка. Возьмем, например, фотон желтого света с центральной частотой $5 \cdot 10^{14} c^{-1}$ . При излучении такого фотона атомом область частот вокруг центральной частоты соответствует всего лишь $\Delta\nu/\nu \approx 2 \cdot 10^{-6}$, что отвечает диапазону длин волн *0,001нм*. Это означает, что ни одна из спектральных линий не является абсолютно резкой. Все они всегда имеют некоторую естественную ширину.



Волновой пакет, показанный в рисунке, состоит только из 6 колебаниями; в случае светового фотона, подобного только что описанному, волновой пакет имеет примерно $10^5$–$10^6$ колебаний. Пакет, составленный из столь большого числа колебаний, сохраняет многие из своих волновых характеристик. Но вместе с тем он будет дискретным образованием, так что будет взаимодействовать, например, при комптоновском рассеянии или в фотоэлектрическом эффекте, с каждым электроном в отдельности.

*Свет не волна и не частица, а и волна, и частица* ***одновременно****!*

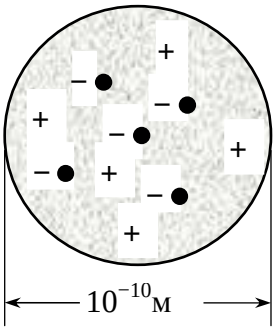
## § 3. Строение вещества

### *§ 3.1. Модели атома Резерфорда*

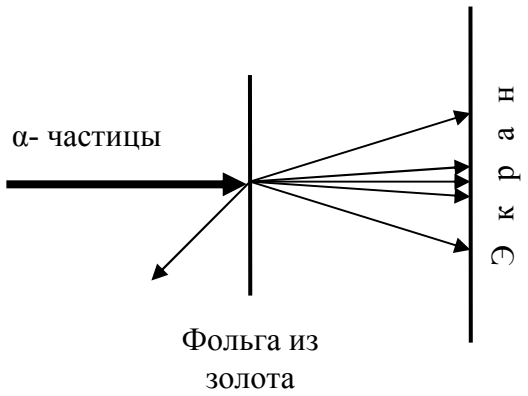
Ученых всегда интересовал вопрос – как устроена материя? Из чего состоит окружающее нас вещество? Еще древние греки предполагали, что вещественный мир состоит из мельчайших частиц, называемых атомами. **Атомами** (от древнегреческого слова «неделимое») **называли самые маленькие частицы вещества, которые еще сохраняют свойства данного вещества.**

Следует отметить, что в некоторых книгах под атомами, не без основания, подразумевают и молекулы, так как последние тоже удовлетворяют такому определению атома. Ведь разделив молекулу воды на атомы, мы получаем уже не воду, а отдельные атомы водорода и кислорода. Но, тем не менее, пока общепринято молекулами обозначать совокупность различных атомов.

Это, по сути, философское определение осталось неизменным вплоть до конца XIX века. К тому периоду химические науки достигли больших успехов. Периодическая система химических элементов Д.И.Менделеева (1869г.) позволила правильно расположить по клеточкам известные в то время 64 элемента и уточнить многие их характеристики (например, атомный вес некоторых из них). Более того, она предсказала существование новых, еще не открытых элементов и их основные свойства (количество открытых химических элементов перевалило за сотню: недавно российскими учеными был открыт, пока не имеющий названия, элемент №118). С открытием электрона английским физиком Дж.Дж.Томсоном (1897г.), серьезно встал вопрос о внутренней структуре атома. Сам Дж.Дж.Томсон попытался на основе накопленных экспериментальных данных создать модель атома. Факты, которые лежат в основе его модели таковы: линейные размеры атомов с различными массами приблизительно равны $10^{-10}$ *м*, внутри них находятся отрицательно заряженные электроны, а сам атом электрически нейтрален. По этому, согласно модели Томсона, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар с определенной массой и радиусом ~$10^{-10}$*м*, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны, суммарный отрицательный заряд которых равен положительному заряду шара. Но эксперименты



Э.Резерфорда с рассеянием α-частиц (об α-частицах см. «радиоактивность»), проходящих через вещество, опровергли эту модель. Знаменитый опыт Резерфорда схематично показан на рисунке, где поток α–частиц двигаясь в вакууме и проходя сквозь золотую фольгу (толщиной около 1*мкм*), падал на люминесцирующий экран. Удар каждой α–частицы об экран вызывал кратковременную вспышку – *сцинтилляцию*, наблюдаемую в микроскоп. Если модель Томсона соответствовала истине, α–частицы не могли прорваться через толщу фольги. Но результаты опытов Резерфорда оказались неожиданным: **большинство** α–частиц проходит сквозь фольгу без заметных отклонения от первоначального направления, **некоторые** частицы отклоняются на небольшой угол и лишь **незначительная** часть α–частиц претерпевает сильное отклонение. Поскольку легкие электроны при взаимодействиях с тяжелыми и очень быстрыми α–частицами не могут существенно изменить их движение, естественно предполагать, что отклонение α–частиц вызвано массивными атомными ядрами, которые, согласно результатам эксперимента, занимают очень небольшой объем в атоме.




Исходя из результатов своих опытов Резерфорд 1911г. предложил **ядерную (планетарную) модель строения атома**[19]**.** По этой модели, весь положительный заряд и почти вся масса (>99,94%) атома сосредоточены в атомном ядре, размер которого ничтожно мал (порядка $10^{-15}$–$10^{-14}$ *м*) по сравнению с размером атома ($10^{-10}$*м*). Вокруг ядра по замкнутым орбитам, как планеты вокруг Солнца, движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Заряд ядра, величина которого совпадает с порядковым номером химического элемента, равен по абсолютному значению суммарному заряду электронов.

Таким образом, атом в целом является чрезвычайно «ажурным» микрообразованием: совокупностью небольшого числа очень малых частиц вещества (ядра и электронов), расположенных в сравнительно большом объеме.

### *§ 3.2. Постулаты Бора*

Внешне привлекательная модель Резерфорда имела внутренние противоречия: электрон, вращаясь вокруг ядра (т.е. двигаясь с ускорением), по всем законам классической электродинамики, должен испускать электромагнитное излучение, терять свою энергию, и постепенно приближаясь к ядру, в конце концов, упасть на него (расчеты указывают время падения ~$10^{-8}$ *с*).

[19] Справедливости ради надо отметить, что идею планетарной модели строения атома высказал еще в1903г. японский ученый Нагаока, но экспериментально обосновать ее он не мог.

Другое затруднение в рамках классической физики создавал объяснение линейчатых спектров водорода и других химических элементов.

Компромиссное решение для атомов водорода и водородоподобных атомов ($He^{+}$, $Li^{2+}$, $Be^{3+}$ и тому подобных) предложил 1913г. датский физик Н. Бор, выдвинув свои постулаты.

**Постулаты Бора.**

**1. Электроны могут двигаться в атоме не по любым орбитам, а только по стационарным орбитам вполне определенного радиуса. Движение электронов по стационарным орбитам НЕ сопровождается излучением (поглощением) энергии.**

**2. Переход электрона с одной стационарной орбиты на другую сопровождается излучением (или поглощением) одной порции (кванта) энергии. Энергия этого кванта электромагнитного излучения равна разности энергий стационарных состояний атома до ($W_1$) и после ($W_2$) излучения (поглощения) и выражается через:** $h\nu = W_1 - W_2$**,**

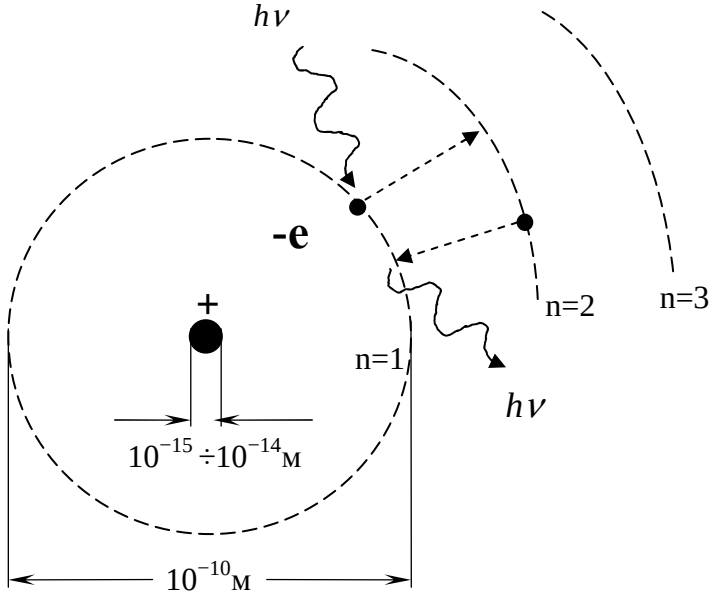
где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с* постоянная Планка,

$\nu$ - частота электромагнитного излучения.

Таким образом, частота электромагнитных волн, излучаемых атомом, определяется не частотой вращения электронов в атоме, а разностью энергии стационарных состояний атома. Эта разность энергии стационарных состояний для каждого атома, иона имеет строго определенные значения, которыми объясняется постоянный, индивидуальный набор спектральных линий данного атома или иона.

Обобщая постулаты Бора

**Атом устойчив только в состояниях, соответствующих дискретным значениям энергии ($W_1$, $W_2$, $W_3$,…); переход атома из одного устойчивого состояния в другое сопровождается излучением или поглощением кванта энергии, определяемого условием частот.**




При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую (ближнюю к ядру), излучается квант энергии, равный разности энергетических уровней атома до излучения и после него. Самопроизвольный переход электрона на более далекую орбиту, т.е. самопроизвольный переход атома на более высокий энергетический уровень, невозможен. Для осуществления такого перехода необходимо сообщить атому определенное количество энергии извне, т.е. возбудить атом.

Применение постулатов Бора с законами классической физики позволяет определить радиусы стационарных орбит атома водорода.

Кулоновская сила $F=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ сообщает электрону центростремительное ускорение $\frac{\upsilon^2}{r}$, удерживая его на орбите радиусом $r$. По второму закону Ньютона $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=m\frac{\upsilon^2}{r}$, а согласно постулату Бора при движении по стационарным орбитам момент импульса $L$ электрона принимает дискретные, квантованные значение $L=m\upsilon r=n\hbar=nh/2\pi$.

Отсюда $\upsilon=\frac{1}{n}\cdot\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}$ $\quad r=n^2\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$ или $r\sim n^2$ $\quad r_1:r_2:r_3:r_4:\ldots=1:4:9:16:\ldots$

При $n=1$ $\quad R_1\approx 0{,}053$ *нм* $\approx 0{,}53\cdot 10^{-10}$ *м*.

В атомной физике это значение (*Боровский радиус*) используется как единицу измерения длины.

Кинетическая и потенциальная энергия атома водорода:

$$W_{кин}=\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r},$$

$W_{пот}=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, *к*ак потенциальная энергия между протоном ($+e$) и электроном ($+e$)

Общая энергия $W=W_{кин}+W_{пот}=-\frac{1}{n^2}\cdot\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$,

Где использовано выражение для $r$ и $\hbar=h/2\pi$.

$W<0$ т.к. уровня отсчета потенциальной энергии выбран так, что $W\to 0$ при $r\to\infty$. $W_1=-13{,}56$ *эв*, это и есть энергия ионизации водорода.

Из постулата Бора $h\nu=W_k-W_n$ частота излучения при переходе $n\to k$.

$$\nu=\frac{W_{кин}-W_{пот}}{h}=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right),$$

где $R=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}=1{,}0974\cdot 10^7$ *м*$^{-1}=3{,}29\cdot 10^{15}$ *с*$^{-1}$, $(R_\lambda=R_\nu\cdot c)$ постоянная Ридберга.

Квантовая теория Бора, количественно хорошо объясняя строение атома водорода и водородоподобных элементов, неприменима для многоэлектронных атомов. Тем не менее, она дает возможность **качественно** (и притом весьма наглядно) объяснить общие черты строения многоэлектронных атомов и их спектров, в частности дает возможность обосновать закономерности расположения химических элементов в периодической системе Менделеева.

## *§ 3.3. Правила отбора Паули, квантовые числа и таблица Менделеева*

В квантовой механике строение многоэлектронных атомов объясняется при помощи четырех **квантовых чисел**, которые однозначно характеризуют движение электрона вокруг ядра.

1. **Главное квантовое число *n*** определяет энергетические уровни атома, общие для группы электронов и принимает только целочисленные значения от 1 до ∞. Электроны с одинаковым *n* образуют **электронные оболочки** с буквенными обозначениями:

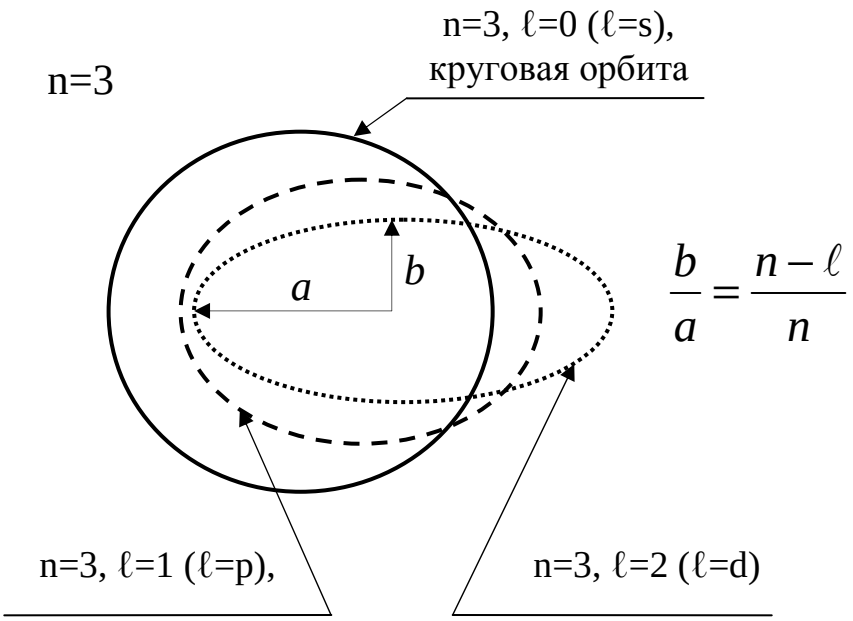
*n=1(K), 2(L), 3(M), 4(N), 5(O), 6(P), 7(Q),…*

Строго говоря, квантовые числа связаны с волновыми свойствами атомных электронов, но в целях наглядности квантовым числам обычно приписывают также геометрический смысл. В данном случае, главное квантовое число определяет размер орбиты (ее радиус в случае круговой или большую полуось в случае эллиптических орбит). Как мы убедились, у водорода с ростом *n* увеличивается размер по закону $r_n \sim n^2$.

*n=1* соответствует *основному, невозбужденному* состоянию атома водорода, все остальные с *n=2,3,…, - возбужденному*.

2. **Орбитальное (побочное) квантовое число *ℓ*** определяет энергетические подуровни атома и, при заданном *n*, принимает целочисленные значения от 1 до *n-1* (всего *n* значения). Электроны с одинаковыми *ℓ* образуют *электронные подоболочки* с буквенными обозначениями:

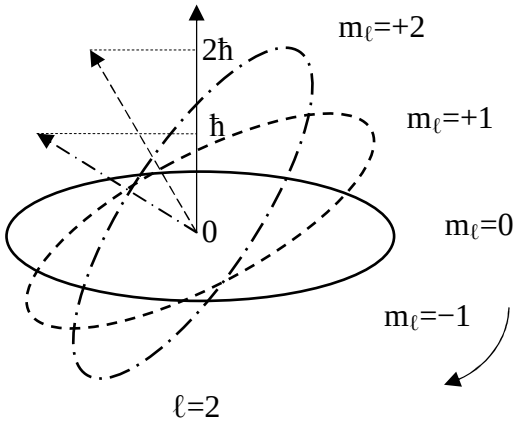
*ℓ= 0(s), 1(p), 2(d), 3(f), 4(g), 5(h),…, n-1* (всего *n* значений).




Отсюда видно, что орбитальное квантовое число *ℓ* не может совпадать с главным квантовым числом *n*. Орбитальное квантовое число *ℓ* определяет значение орбитального *момента импульса (механический орбитальный момент)* электрона. Из квантовой теории вытекает, что момент импульса не может принимать произвольное значение и имеет дискретное значение по формуле: $L_\ell = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$. Орбитальное квантовое число *ℓ* определяет *форму* орбиты или ее эксцентриситет (расстояние между фокусами эллиптической орбиты). Иными словами, оно обусловливает ее вытянутость. Чем больше *ℓ*, тем больше вытянута эллиптическая орбита электрона (при *ℓ*=0 или *s* мы имеем дело с круговым вращени-

ем электрона)[20]. А это означает, что если водород находится в невозбужденном состоянии, то электрон может вращаться только по круговой орбите. Другие формы орбит появляются, когда электрон поднимается на верхние, возбужденные уровни.

3. **Магнитное квантовое число $m_\ell$** определяет возможную пространственную ориентацию орбитального момента, проекция которого на заданное направление $z$ (например на $\vec{B}$ внешнего магнитного поля) принимает ряд дискретных значении, кратных $\hbar$ (пространственное квантование): $L_{\ell z}=m_\ell \cdot \hbar$.




$m_\ell$ принимает целочисленные значения от $^{-}\ell$ до $+\ell$ (всего $2\ell+1$ значений): $m_\ell = 0, \pm1, \pm2, \ldots \pm \ell$.

4. **Спиновое квантовое число $m_s$** (иногда обозначают $s$) характеризует ориентацию (знак) **спина** электрона и может принимать только два значения: $m_s.=\pm1/2$ (что соответствует противоположно направленным спинам электронов).

**Спин** (как заряд) определяет собственный (внутренний) момент импульса (количество движения) частицы, обусловленный ее квантовой природой.

Распределение электронов в атоме подчиняется п**ринципу Паули** (**1925**) (**принцип исключения**).

- **В одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел**

Руководствуясь этим принципом, предлагается самостоятельно вывести формулу для максимального числа электронов в оболочке

$$\boldsymbol{Z(n)=\sum_{\ell=0}^{n-1} 2(2\ell+1) = 2n^2}$$

- **Принцип минимума энергии – электроны заполняют энергетические уровни атома так, чтоб их распределение в атоме соответствовало минимуму энергии атома.** Каждый последующий уровень электроны заселяют тогда, когда полностью заполнены предыдущие уровни. Однако это условие выполняется для химических элементов до №=19 (Калий), после чего минимум энергии распределения электронов в атоме достигается, если электроны, не заполняя какие-то нижние подоболочки, занимают более высокие уровни. Это происходит из-за того, что с увеличением количества электронов, увеличиваются кулоновские взаимодействия между электронами. Поэтому и в оптическом, и в химическом отношениях атом *K* схож с атомами *Li* и *Na*, которые также имеют внешний валентный электрон в s-состоянии. Аналогично атом *Ca* схож атомам *Be* и *Mg*.

[20] Заметим, что в некоторых учебниках и даже справочниках ошибочно утверждается обратное.

В нижестоящей таблице представлены обозначения оболочек и подоболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам в атоме.

**Распределение электронов в атоме по состояниям**

| Главное квантовое число ***n*** | 1 | 2 | | 3 | | | 4 | | | | 5 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Символ оболочки | K | L | | M | | | N | | | | O | | | | |
| Орбитальное квантовое число $\ell$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Символ подоболочки | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 5g |
| Максимальное число электронов в подоболочке | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 |
| Максимальное число электронов в оболочке ***Z(n)*** | 2 | 8 | | 18 | | | 32 | | | | 50 | | | | |

- Правила **отбора для электронных переходов** в атоме допускает только переходы с $\Delta\ell=\pm1$ и $\Delta m_\ell=0, \pm1$.

Остальные переходы являются **«запрещенными»**, а уровни, откуда такие переходы невозможны – **метастабильными**. Математически это выражается через Эйнштейновские коэффициенты $A_{nk}$, которые характеризуют вероятность спонтанных переходов между $n$ и $k$ уровнями. Для разрешенных линий эти коэффициенты порядка $10^8$ $c^{-1}$, а для запрещенных линий миллион-миллиард раз меньше. Так как время жизни электрона в возбужденном состоянии *обратно пропорционально* $A_{nk}$, то для разрешенных линий время жизни на верхних уровнях ~$10^{-8}$ $c$ (поэтому электроны там не задерживаются). Для метастабильных уровней это время порядка секунды или даже намного больше, поэтому, если электроны каким-то образом попадают на эти уровни, то они могут задерживаться там надолго. Но большое число накопление на таких уровнях возможно лишь при малой плотности вещества и излучения. Так как интенсивность спектральных линий прямо пропорционально $A_{nk}$ и плотности атомов в метастабильных условиях, то запрещенные линии могут достигнуть больших интенсивностей только при малой плотности вещества и излучения. Такие условия соблюдаются в коронах звезд (Солнца) и в планетарных (газовых) туманностях, где возбуждение запрещенных линии происходит вследствие электронных ударов. Кстати, именно в спектрах короны и туманностей впервые были обнаружены эти линии.

Без принципа Паули электроны, стремясь попасть в положение с наименьшей энергией, опустились бы все на основной уровень, атомы резко сжались бы, плотность вещества увеличивалась бы в десятки и сотни раз, а химические свойства стали бы совершенно иными.

Следует отметить, что данная теория является *компромиссной* – « полуквантовой» теорией, т.к., базируясь на квантовых исходных постулатах, она пользуется законами классической физики для описания движения электронов в атоме. Более точная, современная квантовая теория атома не устанав-

ливает точного местоположения электрона в объеме атома, а рассматривает лишь вероятность нахождения электрона в том или ином месте объема.

**Периодическая система элементов Менделеева и распределение электронов по подоболочкам**

| Период | Z | Элемент | K | L | | M | | | N | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f |
| I | 1 | H | 1 | | | | | | | | | |
| | 2 | He | 2 | | | | | | | | | |
| II | 3 | Li | 2 | 1 | | | | | | | | |
| | 4 | Be | 2 | 2 | | | | | | | | |
| | 5 | B | 2 | 2 | 1 | | | | | | | |
| | 6 | C | 2 | 2 | 2 | | | | | | | |
| | 7 | N | 2 | 2 | 3 | | | | | | | |
| | 8 | O | 2 | 2 | 4 | | | | | | | |
| | 9 | F | 2 | 2 | 5 | | | | | | | |
| | 10 | Ne | 2 | 2 | 6 | | | | | | | |
| III | 11 | Na | 2 | 2 | 6 | 1 | | | | | | |
| | 12 | Mg | 2 | 2 | 6 | 2 | | | | | | |
| | 13 | Al | 2 | 2 | 6 | 2 | 1 | | | | | |
| | 14 | Si | 2 | 2 | 6 | 2 | 2 | | | | | |
| | 15 | P | 2 | 2 | 6 | 2 | 3 | | | | | |
| | 16 | S | 2 | 2 | 6 | 2 | 4 | | | | | |
| | 17 | Cl | 2 | 2 | 6 | 2 | 5 | | | | | |
| | 18 | Ar | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | | | | | |
| IV | 19 | K | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | — | 1 | | | |
| | 20 | Ca | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | — | 2 | | | |
| | 21 | Sc | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 1 | 2 | | | |
| | 22 | Ti | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 2 | 2 | | | |
| | 23 | V | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 3 | 2 | | | |
| | 24 | Cr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 5 | 1 | | | |
| | 25 | Mn | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 5 | 2 | | | |
| | 26 | Fe | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 6 | 2 | | | |
| | 27 | Co | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 7 | 2 | | | |
| | 28 | Ni | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 8 | 2 | | | |
| | 29 | Cu | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 1 | | | |
| | 30 | Zn | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | | | |
| | 31 | Ga | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 1 | | |
| | 32 | Ge | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 2 | | |
| | 33 | As | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 3 | | |
| | 34 | Se | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 4 | | |
| | 35 | Br | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 5 | | |
| | 36 | Kr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | | |

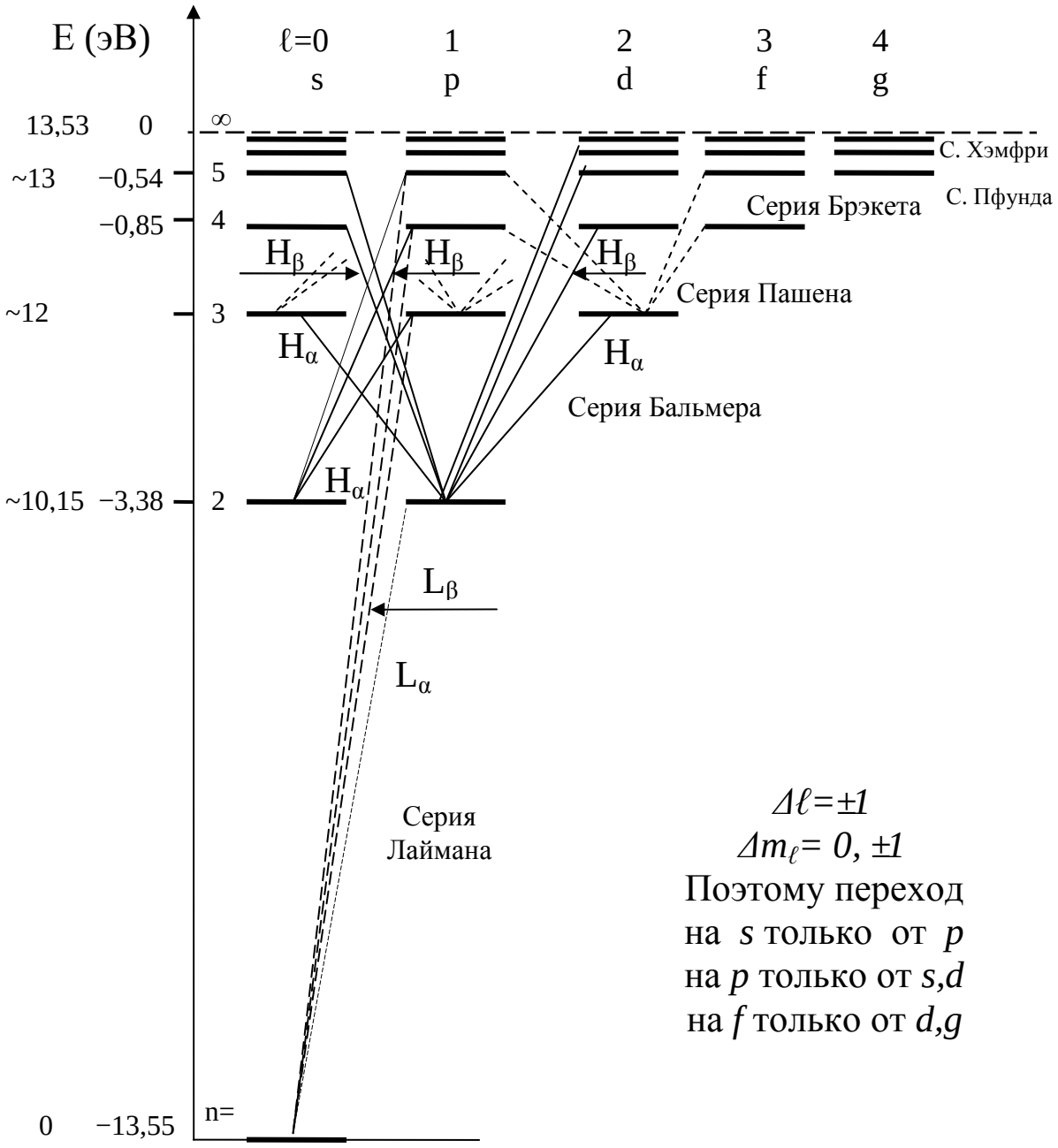



Схема энергетических уровней атома водорода и спектральных линий серии Лаймана, Бальмера, Пашена (масштаб по *E* не соблюден)

*§ 3.4. Радиоактивность*

В 1896 году А.Беккерель совершенно случайно обнаружил **самопроизвольное** испускание солей урана излучения неизвестной природы, которое действовало на фотопластинку, ионизировало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, вызывало люминесценцию ряда веществ. Это излучение назвали **радиоактивным излучением**, а само явление – испускание радиоактивного излучения **радиоактивностью**.

Оказалось, что она не зависит от внешних воздействий, которые могут оказать влияние на состояния электронной оболочки атома. Следовательно, радиоактивность обусловлена лишь внутренней структурой атома, т.е. структурой ядра.

Сейчас под **радиоактивностью** понимают способность некоторых атомных ядер **самопроизвольно (спонтанно)** превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Наблюдаются два типа радиоактивности: естественная и искусственная.

**Естественная радиоактивность** наблюдается у неустойчивых изотопов (с атомным номером $Z>83$), существующих в природе, а **искусственная радиоактивность** (открытая Фредериком и Ирен Жолио-Кюри в 1934г.) наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных реакции.

Тем не менее, законы радиоактивного превращения в обоих случаях одинаковы:

Радиоактивное излучение бывает 3 типов; **α-,β-** и **γ-** излучение

**α – излучение** (α-частицы) это поток ядер гелия, с зарядом $+2e$ и массовым числом 4. Отклоняется электрическим и магнитным полями. Обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью (путь пробега в воздухе 3-9 см). Известно более 200 α-активных ядер в основном с $A>$ 200 и $Z>82$. Скорости вылетающих α-частиц имеют значения 14000 – 20000 км/с или кинетическую энергию – 4-9 Мэв.

При испускании α-частицы заряд ядра уменьшается на 2 единицы, а массовое число на 4 единицы, а это означает, что химический элемент ${}^{A}_{z}X$ смещается в периодической системе на 2 номера влево с уменьшением А на 4 и превращается в элемент ${}^{A-4}_{z-2}Y$. Реакция этого перемещения пишется так:

$${}^{A}_{z}X \Rightarrow {}^{A-4}_{z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

**$\beta$-излучение** ($\beta$-частицы) это поток быстрых электронов (при $\beta^-$-распаде) или антиэлектронов-позитронов (при $\beta^+$-распаде). Отклоняется электрическим и магнитным полями, имеет значительно меньшую ( по сравнению с α-частицами на ~2 порядка) ионизирующая способность и гораздо большую проникающая способность.

Энергия $\beta$-частицы (а также скорость) имеет сплошной спектр от сотых долей *Мэв* до нескольких *Мэв* (скорость от 0 до скорости света).

Так как при $\beta$-распаде химический элемент теряет вполне определенное, одинаковое количество энергии, то сплошной энергетический спектр $\beta$-

частицы можно было объяснить только существованием ранее неизвестной частицы нейтрино (Паули, 1931г.), которая уносит часть энергии $\beta$-распада.

Нейтрино и $\beta$-частица совместно уносят из ядра всегда одно и то же количество энергии, но в различных актах в разных пропорциях. (это утверждение экспериментально подтвердилось в 1956 году).

Потом уточнялось, что при $\beta^-$-распаде испускалось антинейтрино , а при $\beta^+$ - распаде - нейтрино.

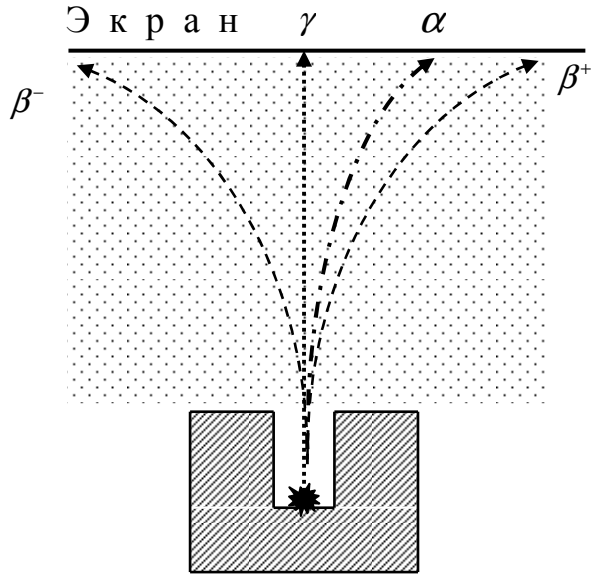
При $\beta^-$-распаде в периодической системе Менделеева элемент смещается на один номер в право без изменения массового числа: ${}^{A}_{z}X \Rightarrow {}^{A}_{z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$ (как бы в ядре один из нейтронов превратился в протон).

При $\beta^+$-распаде элемент смещается в периодической системе на один номер влево без изменения массового числа: ${}^{A}_{z}X \Rightarrow {}^{A}_{z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$ (как бы в ядре один из протонов превратился в нейтрон).

**$\gamma$-излучение** – это коротковолновое ( $\lambda < 10^{-10} м$ и поэтому ярко выраженными корпускулярными свойствами) электромагнитное излучение с $\lambda \sim 10^{-12}$ *м*, $\nu \sim 10^{20}$ *Гц* , $E_\gamma \sim 1$*Мэв* (10*Кэв* ÷5*Мэв*), похожий на рентгеновских лучей. $\gamma$-лучи не отклоняются электрическим и магнитным полем, распространяются со скоростью света, показывают дифракцию на кристаллах.

В отличии от *X*-лучей, $\gamma$-лучи испускаются **атомным ядром** (при его переходе из возбужденного состояния в нормальное).

Ионизирующая способность $\gamma$-лучей невелика, но с большими проникающими свойствами (несколько сотен метров в воздухе). Обычно и α- и $\beta$-распады сопровождаются $\gamma$-излучением, т.к. $\gamma$-излучение не является самостоятельным видом радиоактивности.




$\gamma$-излучение может возникать и при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц, их распаде и т.д.

Спектр $\gamma$-излучения линейчатый, который указывает на дискретность энергетических состояний атомных ядер.

$\gamma$-излучение испускается дочерним (а не материнским) ядром, которое в момент своего образования, оказывается возбужденным и за время ~$10^{-13} \div^{-14}$ *с* переходит в основное состояние с испусканием $\gamma$-излучения.

В природе не существует стабильных ядер с Z> 83: здесь играют роли принцип Паули + кулоновские силы. С появлением *Z* увеличивается отталкивающие силы Кулона, а вновь добавляемый протон занимает все более и бо-

лее высокие энергетические состояния. В конце концов, энергия одного из этих состояний может превысить энергию расщепления ядра, так что ядро окажется нестабильным.

На рисунке схематично показано отклонения радиоактивного излучения в магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости рисунка и направлены к нам (обозначены точками).

*§3.5. Закон радиоактивного распада*

Естественное, самопроизвольное (спонтанное) радиоактивное превращение ядер называется **радиоактивным распадом** или просто **распадом**. Атомное ядро, испытывающее распад, называется *материнским*, возникающее ядро – *дочерним*. Радиоактивный распад ведет к постепенному уменьшению числа материнских ядер. В этом процессе невозможно угадать именно какое ядро, когда распадет. Можно говорить лишь о вероятности распада каждого атома за определенный промежуток времени.

Закон радиоактивного распада позволяет узнать сколько материнских ядер останется через некоторое промежуток времени.

Число ядер $dN$, распадающихся за время $dt$ пропорционально времени $t$ и общему числу $N$ ядер радиоактивного вещества.

$dN \sim -N \cdot dt$

$dN = -\lambda N dt$ , где $\lambda$ - коэффициент пропорциональности или постоянная распада данного элемента, а (−) указывает на уменьшение числа ядер со временем.

Решение

$$dN/N = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$$

$N_0$ - начальное число нераспадавшихся ядер (в $t=0$),

$N(t)$ - число нераспадавшихся ядер в момент времени $t$.

**Период полураспада ($T_{1/2}$)** – время, за которое исходное число в среднем уменьшается вдвое, т.е. $N(t) = N_0/2$

Тогда из $\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$

$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$ $\quad 10^{-7}$с до много $10^9$ лет

*Радиоактивные семейства* – цепочка и ряд радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом (обычно изотопом свинца $Pb$). Таких семейств 4: семейства урана-радия ($Pb_{82}^{206}$), нептуния (*Висмут* $Bi_{83}^{209}$), актиния ($Pb_{82}^{207}$) и тория ($Pb_{82}^{208}$). В скобках указан конечный стабильный изотоп.

## *§ 3.6. Физика атомного ядра*

Ядром называется центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и весь его положительный электрический заряд.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц – **протонов (p) и нейтронов (n)** (предположение о том, что ядра атомов, кроме протонов, должны содержать еще и нейтральные, тяжелые частицы впервые высказали советские физики Д.Д. Иваненко и В.А.Амбарцумян в 1930г.). Протоны (*p*) и нейтроны (*n*) называются **нуклонами** т.е. ядерными (от лат. nucleus - ядро).

| Нуклон | Год открыт. | Обозначение | Заряд (Кл) | Масса (в $m_e$ ) | Масса (кг) |
|---|---|---|---|---|---|
| Протон | 1919 | *p* | $1{,}6\cdot10^{-19}$ | ~1836 $m_e$ или 1а.е.м. | $1{,}673\cdot10^{-27}$ |
| Нейтрон | 1932 | *n* | 0 | ~1839 $m_e$ или 1а.е.м. | $1{,}675\cdot10^{-27}$ |

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^{A}_{Z}X$ , где *X* – символ химического элемента, *Z* - атомный номер (число протонов в ядре, иногда обозначают $N_p$), *A*- массовое число (число нуклонов в ядре) т.е. целое число, ближайшее к атомному весу (в *а.е.м.*). Число нейтронов ($N_n$) можно найти по формуле: $N_n=A-Z=A-N_p$ .

Ядра с одинаковыми *Z*, но разными *A* (т.е. с разными числами нейтронов $N_n$) называются **изотопами**, а ядра с одинаковыми *A*, но разными *Z* – **изобарами**. Определяют также **изотоны** − ядра с одинаковым числом нейтронов: они имеют различные *Z* и *A*, но одинаковые значение *N*. Напомним также, что **ионами** называют разновидности атомов, которые имеют одинаковые $A,Z,N_p$, но с разными валентными электронами. Химические свойства ионов данного химического элемента резко отличаются от свойств своего атома.

Например, у водорода (Z=1) сейчас открыт 7 изотопов, первые 3 из которых имеют специальные названия: ${}^{1}_{1}H$ -протий (легкий водород, $Z$=1, $N_n$=0), ${}^{2}_{1}H$ -дейтерий (тяжелый водород, $Z$=1, $N_n$=1), ${}^{3}_{1}H$ -тритий (сверхтяжелый водород, $Z$=1, $N_n$=2). Четвертый изотоп ${}^{4}_{1}H$ ($Z$=1, $N_n$=3) открыт в 1963г. и как остальные, у которых 4, 5 или 6 нейтронов, пока не имеет названия.

Примером ядер-изобар могут служить ядра ${}^{10}_{4}Be(Берилий)$, ${}^{10}_{5}B(Бор)$, ${}^{10}_{6}C(Углерод)$. В настоящее время известно более 2500 ядер, отличающихся либо *Z*, либо *A*, либо и тем и другим.

Все изотопы одного химического элемента имеют одинаковое строение электронных оболочек, поэтому обладают одинаковыми химическими и почти одинаковыми физическими свойствами (исключение составляет изотопы водорода). Отличие *A* от целых чисел в периодической системе элементов Д.И.Менделеева, в основном, происходит из-за смеси нескольких изотопов данного элемента, хотя может быть и из-за *дефекта масс*.

Эмпирически определено, что *радиус ядра:*

$$R \approx R_0\sqrt[3]{A}, \qquad \text{где } R_0\approx(1{,}3\text{–}1{,}7)\ 10^{-15}\text{м}.$$

Отсюда объем ядра $V \sim A$ и плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер ($\sim 10^{17}$ *кг/м*$^3$) или $10^8$ *т/см*$^3$ (*1см*$^3$ ядерного вещества весил бы около сотни миллионов тонн), тогда как плотность химических элементов, например плотность один из наиболее тяжелых химических элементов – платина $\rho \approx 22{,}5$ *гр/см*$^3$, (разница $\sim 10^{15}$раз!). Поэтому иногда говорят об *ажурности* структуры атомов, молекул, макроскопических тел и объектов. Это вытекает также из сопоставления размеров ядер и атомов, т.к. масса атомов сосредоточена в ядре, плотности ядер и атомов отличаются друг от друга:

$$\frac{\rho_{ядра}}{\rho_{атома}} = \frac{\dfrac{m}{V_{\text{ядра}}}}{\dfrac{m}{V_{\text{атома}}}} \approx \left(\frac{r_{ядра}}{r_{атома}}\right)^3 \approx \left(\frac{10^{-8\div 10}}{10^{-14\div 15}}\right)^3 \approx (10^5)^3 \approx 10^{15} \text{ раз!}$$

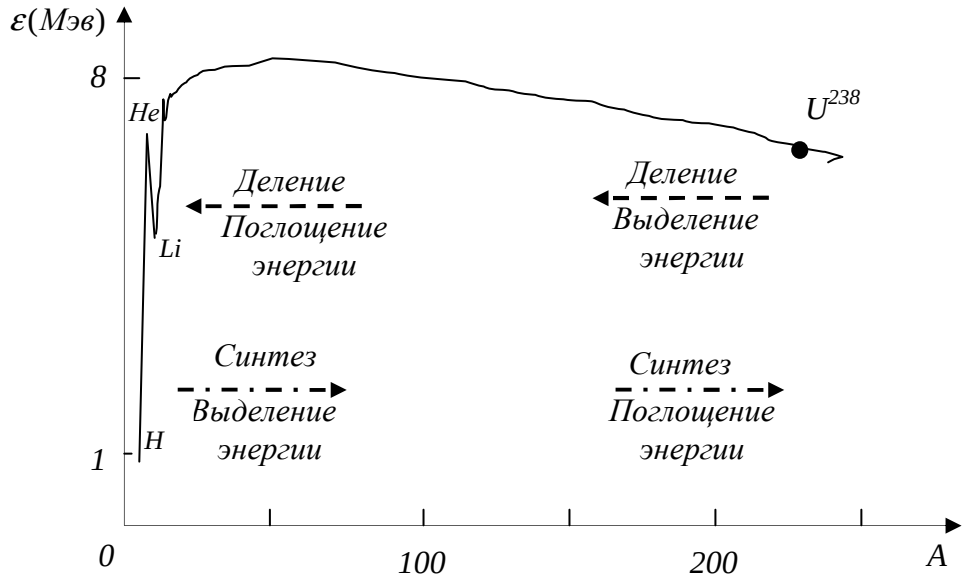
Атомные ядра являются устойчивыми образованиями, состоящими из нуклонов, но точные измерения масс показали, что **масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов** (***дефект масс***). Следовательно, при образовании ядра из отдельных нуклонов должна выделяться энергия (по формуле $E = \Delta m c^2$). И, наоборот, для разделения, расщепления ядра на составные части, необходимо затратить такое же количество энергии.

Энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные нуклоны, называется **энергией связи ядра**: $E_{св.} = \left[Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_я\right] \cdot c^2$,

где $m_p$ $m_n$ $m_я$ –массы протона, нейтрона и ядра соответственно, а

$Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_я = \Delta m$ , дефект массы ядра.

Энергия связи ядра, приходящаяся на один нуклон, называется **удельной энергией связи** ($\varepsilon = \dfrac{E_{св.}}{A}$). Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер: чем больше $\varepsilon$ тем устойчивее ядро.



Поэтому по сравнению с легкими и тяжелыми ядрами, с энергетической точки зрения, ядра с $A \approx 50 \div 100$ более устойчивы. На рисунке зависимости $\varepsilon$ от $A$, максимум этой зависимости соответствует именно этому интервалу.

Заметим, что энергия связи валентных электронов в атоме ~10эв, т.е. миллион раз (!) меньше, чем $\varepsilon$.

Уменьшение $\varepsilon$ у тяжелых элементов объясняется возрастанием числа протонов в ядре и их **кулоновским отталкиванием**, поэтому ядра становятся менее стабильными.

Наиболее устойчивы **магические ядра**, у которых число протонов или число нейтронов равно одному из магических чисел **2. 8, 20, 28, 50, 82, 126**.

Особенно стабильны **дважды магические ядра**, у которых магическими являются и $N_p$ и $N_n$. Этих ядер всего 5: $He_2^4$ ${}^{16}_{8}O$, ${}^{40}_{20}Ca$, ${}^{48}_{20}Ca$, ${}^{208}_{82}Pb$.

**Ядерные реакции** – это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с $\gamma$-квантами) или друг с другом.

Всякая ядерная реакция сопровождается выделением (*экзотермические* реакции) или же поглощением (*эндотермические* реакции) энергии.

Наиболее распространены такие ядреные реакции, как

$$X+a \rightarrow Y+b \quad \text{или кратко} \quad X(a,b)Y$$

где $X$ и $Y$– исходное и конечное ядро, $a$ и $b$ бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) частица.

В любой ядерной реакции выполняются

- **Законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел**
- **Закон сохранения энергии, импульса и момента импульса.**

По представлению Бора (1936г.) ядерные реакции протекают в две стадии:

$$X+a \rightarrow C \rightarrow Y+b,$$

где $C$- промежуточное или составное ядро (компаунд-ядро).

I стадия – захват $X$ ядром частицы $a$ на расстояниях $\sim 2 \cdot 10^{-15}$ *м* и образование $C$ ядра, где энергия частицы $a$ быстро распределяется между нуклонами составного ядра; и если один из них при столкновении друг с другом получает достаточную энергию, то может вылететь как частица $b$ (II стадия). Время жизни составного ядра $10^6 - 10^{10}$ раз превосходит время , которое необходимо частице $a$ для пролета расстояния равной диаметру ядра. Это означает, что за время жизни составного ядра может произойти очень много столкновений нуклонов между собой, т.е. перераспределение энергии между нуклонами действительно возможно. Следовательно, составное ядро живет настолько долго, что полностью «забывает» каким образом оно образовалось. Поэтому характер распада составного ядра (испускание им частицы $b$) – вторая стадия ядерной реакции – не зависит от способа образования составного ядра – первой стадии.

Некоторые реакции протекают без образования составного ядра – это *прямые ядерные взаимодействия* (например, реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейтронами).

Если $b \equiv a$ , то ядерная реакция описывает **рассеяние частицы**

При $E_b = E_a$, мы имеем *упругое рассеяние*,

При $E_b \neq E_a$ − *неупругое рассеяние.*

**Выделение ядерной энергии происходит как при реакциях деления тяжелых ядер, так и при реакциях синтеза легких ядер.**

Доказано, что синтез (объединение) легких ядер приводит к выделению ядерной энергии (термоядерной реакции), а деление таких ядер приводит к поглощению энергии (эндотермический процесс). Для тяжелых элементов экзотермическим (энерговыделяющим) процессом является деление ядер, а при синтезе таких ядер энергия поглощается. На графике $\varepsilon(A)$ эти процессы показаны соответствующими стрелками (рис. 10.4).

Например, при делении $U^{238}(A_1=238,\ \varepsilon_1=7{,}5 Мэв)$ на два атомных ядра (осколка) с $A_2=119,\ \varepsilon_2=8{,}6 Мэв$, получаем энергия связи $E_{св}$ (энергия разобщения всех нуклонов данного ядра):

$$E_{св}\ (уран) = \varepsilon_1 \cdot A_1 = 7{,}5 \cdot 238 = 1785\ (Мэв).$$

При объединении этих нуклонов в два новых атомных ядра (с $A=110$) выделяется энергия:

$$E_{св}\ (A=119) = 2\varepsilon_2 \cdot A_2 = 2 \cdot 8{,}6 \cdot 119 = 2046\ (Мэв).$$

Следовательно, в результате реакции деления ядер урана выделится ядерная энергия: $\Delta W = E_{св}(A=119) - E_{св}(уран) = 261{,}8 Мэв.$

При синтезе двух ядер Натрия $Na^{23}(A_1=23),\ \varepsilon_1=7{,}9 Мэв$ в ядро с массовым число $A_1=46,\ \varepsilon_2=8{,}4 Мэв$, для разобщения всех нуклонов, образующих два ядра натрия, необходимо затратить

$$E_{св}(Na) = 2\varepsilon_1 \cdot A_1 = 2 \cdot 7{,}9 \cdot 23 = 363{,}4 (Мэв).$$

При объединении этих нуклонов в новое ядро с $(A=46)$, выделится энергия $E_{св}\ (A=46) = 8{,}4 \cdot 46 = 386{,}4\ (Мэв).$

Следовательно, при этом синтезе выделяется

$$\Delta W = E_{св}(A=46) - E_{св}(Na) = 23 (Мэв).$$

Наиболее выгодным является синтез водорода, так как у них $\Delta\varepsilon$ наибольше.

Таким образом, на графике $\varepsilon(A)$, там где график растет (до $A \approx 50$), синтез (объединение) легких ядер приводит к выделению ядерной энергии (термоядерные реакции), а деление ядер приводит к поглощению энергии (эндотермический процесс). Там, где график убивается ($A>100$), наоборот, деление собой представляет экзотермический процесс, а синтез − эндотермический.

Устойчивость ядер доказывает существование особого вида взаимодействия между нуклонами (так называемые **сильные взаимодействия**), проявлением которого являются ядерные силы.

Свойства ядерных сил (сил сильных взаимодействия):

1. ядерные силы являются **силами притяжения,**
2. ядерные силы являются **короткодействующими** (они преобладают на расстояниях ~$10^{-15}$ *м* и с увеличением расстояния быстро уменьшаются до нуля).

3. ядерным силам свойственна **зарядовая независимость**: они не зависят от заряда $(F_{pp}=F_{nn}=F_{pn})$ и имеют неэлектрическую природу.
4. ядерным силам свойственно **насыщение**, т.е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Поэтому (если не учитывать легкие ядра), с увеличением $A$ и $\varepsilon$, они не меняются.
5. ядерные силы зависят от взаимной **ориентации спинов** взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют дейтрон $({}^{2}_{1}H)$ только при условии параллельной ориентации их спинов.
6. ядерные силы не являются **центральными**, т.е. действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.

Существуют несколько моделей ядра

- Капельная модель ядра (1936г., Н.Бор, Я.И.Френкель). Она основана на аналогии между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости.
- Оболочная модель ядра (1949−50гг, Гепперт-Майер и Иенсен). Нуклоны распределены в ядре по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), которые заполняются согласно принципу Паули, и связывает устойчивость ядер с заполнением этих уровень.
- Обобщенная модель ядра − синтез капельной и оболочечной моделей.
- Оптическая модель ядра.

## *Деление ядер и термоядерный синтез*

Делиться может только возбужденное ядро; например, обстреливаемое нейтронами.

Если возбуждение невелико, то ядро, освобождаясь от излишка энергии путем испускания $\gamma-$фотона и нейтрона, возвращается в устойчивое состояние. Если возбуждение достаточно велико, то происходит деление ядра, при котором образуются два «осколки», разлетающихся с огромными скоростями в противоположные стороны, и 2-3, так называемые *мгновенные нейтроны*. «Осколки» радиоактивны и испускают $\gamma-$фотоны, $\beta-$частицы и *запаздывающие* (в течении нескольких минут после акта деления) нейтроны.

Для того, чтобы выделялось большое количество энергии надо чтобы реакция деления шла непрерывно, (была *цепной*). Для этого:

- При каждом акте деления должны появляться новые нейтроны,
- На их пути должны встречаться достаточное количество ядер деления (это обеспечивается *критической массой*).

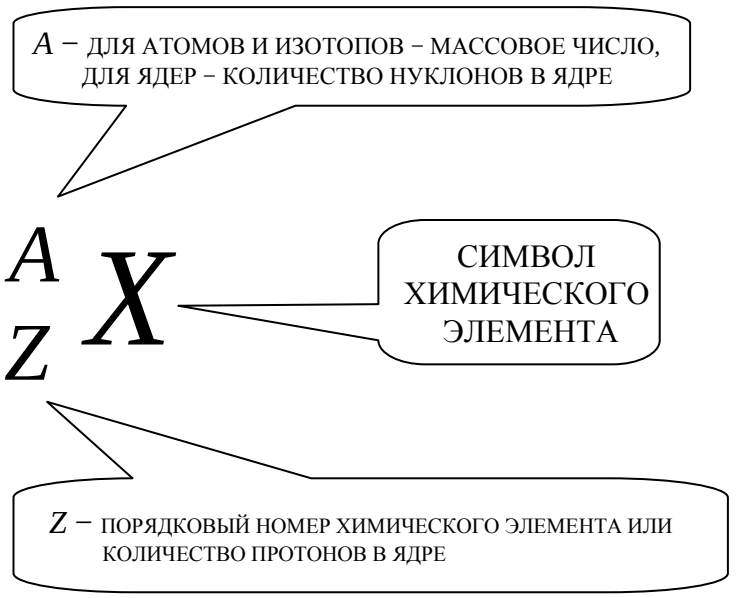
Пример ядерных реакций:

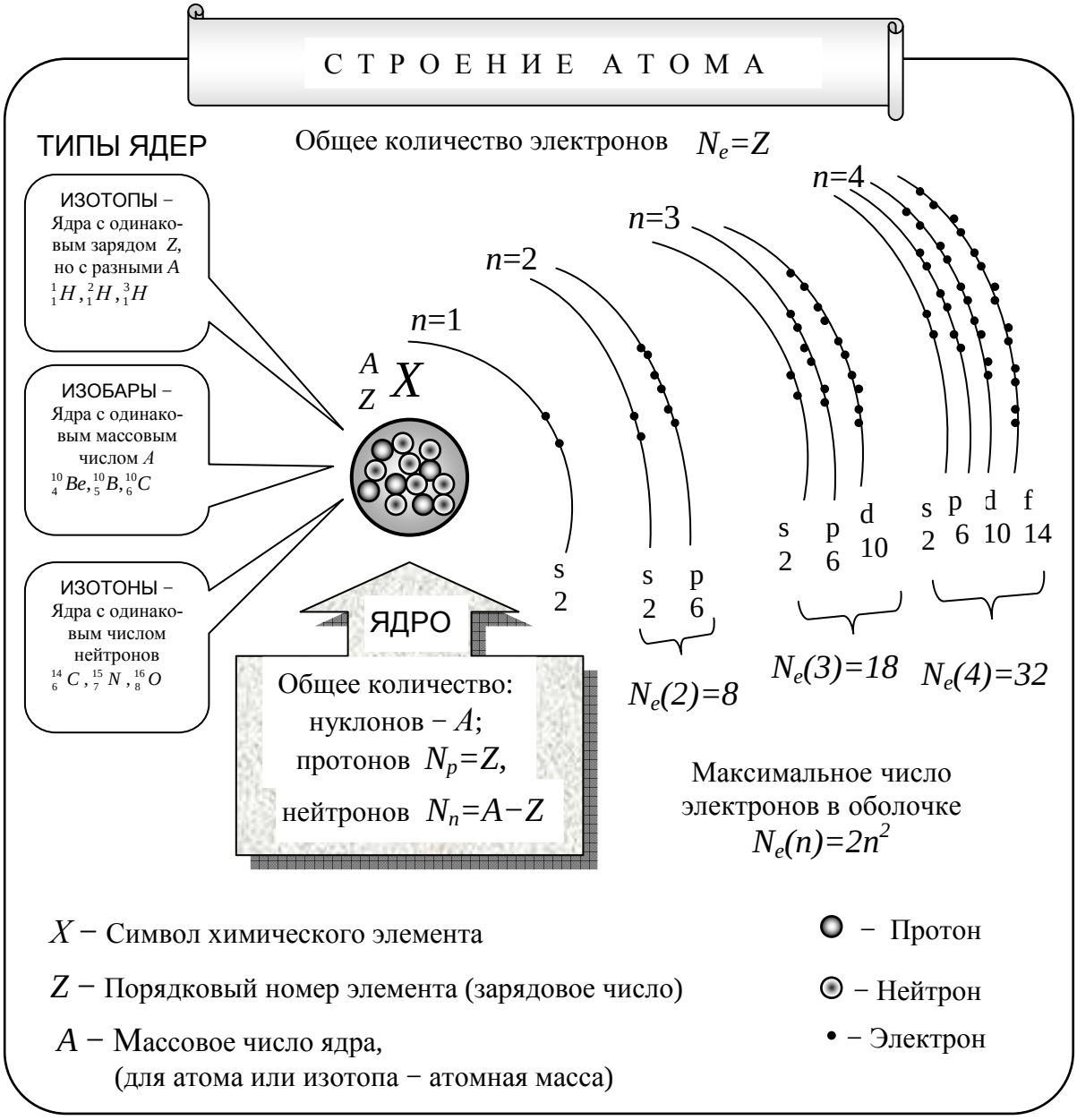
$$^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow^{139}_{54}Xe+^{95}_{38}Sr+2^{1}_{0}n \text{ или } ^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow^{139}_{56}Ba+^{94}_{36}Kr+3^{1}_{0}n\,.$$

($^{139}_{54}Xe$ −ксенон, $^{95}_{38}Sr$ −стронций, $^{139}_{56}Ba$ −барий, $^{94}_{36}Kr$ −криптон)

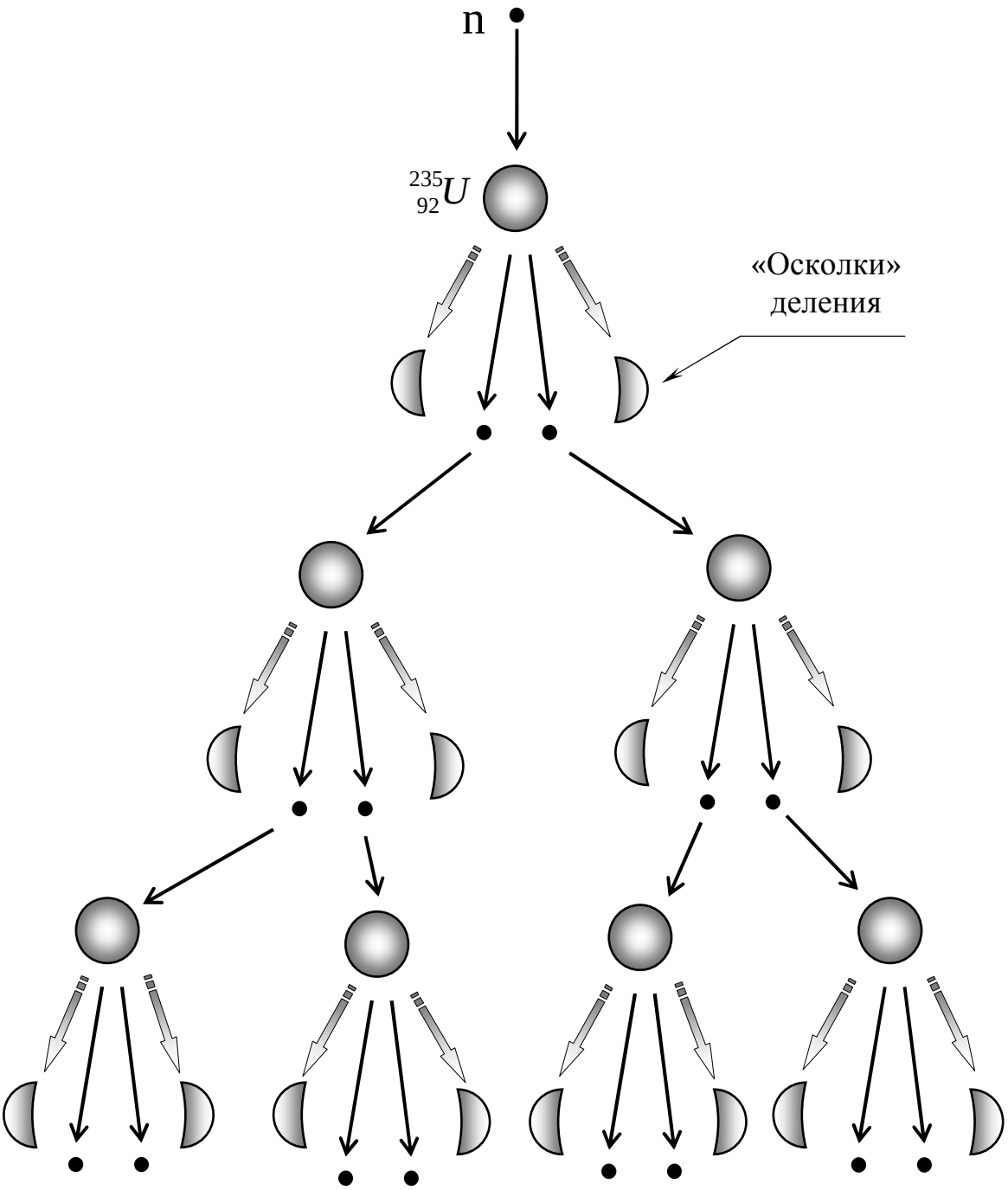
Радиоактивные «осколки» после ряда радиоактивного распада могут превращаться в стабильный изотоп, например, ксенон ($^{139}_{54}Xe$) в лантан ($^{139}_{57}La$).

Для *термоядерного синтеза* надо чтобы ядра сблизились на расстояние порядка $10^{13}$*см*; тогда *дальнейшее их сближение (и объединение)* совершат уже *ядерные силы*. Это достигается при высоких температурах(десятки миллионов градусов), когда их кинетическая энергия достигается *0,01 Мэв*.


A − ДЛЯ АТОМОВ И ИЗОТОПОВ − МАССОВОЕ ЧИСЛО, ДЛЯ ЯДЕР − КОЛИЧЕСТВО НУКЛОНОВ В ЯДРЕ
$^{A}_{Z}X$
СИМВОЛ ХИМИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА
Z − ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР ХИМИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ИЛИ КОЛИЧЕСТВО ПРОТОНОВ В ЯДРЕ


СТРОЕНИЕ АТОМА
ТИПЫ ЯДЕР
Общее количество электронов $N_e=Z$
ИЗОТОПЫ − Ядра с одинаковым зарядом Z, но с разными A
$^{1}_{1}H, ^{2}_{1}H, ^{3}_{1}H$
ИЗОБАРЫ − Ядра с одинаковым массовым числом A
$^{10}_{4}Be, ^{10}_{5}B, ^{10}_{6}C$
ИЗОТОНЫ − Ядра с одинаковым числом нейтронов
$^{14}_{6}C, ^{15}_{7}N, ^{16}_{8}O$
$^{A}_{Z}X$
n=1
n=2
n=3
n=4
s 2
s 2 p 6
s 2 p 6 d 10
s 2 p 6 d 10 f 14
$N_e(2)=8$
$N_e(3)=18$
$N_e(4)=32$
ЯДРО
Общее количество:
нуклонов − A;
протонов $N_p=Z$,
нейтронов $N_n=A-Z$
Максимальное число электронов в оболочке
$N_e(n)=2n^2$
X − Символ химического элемента
Z − Порядковый номер элемента (зарядовое число)
A − Массовое число ядра,
(для атома или изотопа − атомная масса)
− Протон
− Нейтрон
− Электрон

Ц Е П Н А Я  Р Е А К Ц И Я



## *§3.6. Элементарные и фундаментальные частицы*

**Элементарные частицы это такие микрочастицы, внутреннюю структуру которых, на современном уровне развития физики, нельзя представить как объединение других, более мелких частиц**

В разные времена под элементарными частицами подразумевали разные физические объекты. До конца XIX века такими считались атомы и молекулы, как простейшие, неизменные и неделимые «кирпичики», из которых состоит вся материя.

В первой трети XX века – помимо фотона, были открыты три основные частицы − электрон, протон и нейтрон: некоторое время считали, что именно они и составляли весь окружающий нас вещественный мир. Поэтому в то время под элементарными частицами подразумевали именно эти частицы. Со временем к этим элементарным частицам добавлялись новые частицы, число которых на данный момент превышает 400. Во время обнаружения новых частиц, в первую очередь определяли их массу и электрический заряд. Это легло в основу первоначальной классификации, когда, руководствуясь значениями их масс, элементарные частицы разделили на **лептоны** (легкие), **мезоны** (средние) и **барионы** (тяжелые). Сами барионы разделяются на **нуклоны** (т.е. ядерные), куда входят протоны и нейтроны, и **гипероны** (от слова «сверх»), куда входят частицы с массами покоя больше, чем у протона. Но потом были обнаружены частицы, которые имели свойства лептонов и мезонов, но с массами барионов. С другой стороны во второй половине XX века было доказано, что мезоны и барионы сами состоят из более мелких частиц (**кварков**). Поэтому в современной классификации (которая еще разрабатывается) под **элементарными частицами** (иногда их называют также *субъядерными* частицами) подразумевают только мезоны и барионы, под общим названием **адроны** (греческое слово «адрос» означает *«крупный», «массивный»*). А лептоны, кварки, и переносчики четырех фундаментальных взаимодействии – фотоны, глюоны (от английского слова *«клей»*), промежуточные бозоны и гравитоны, (с общей численностью 61) определяются *как истинно элементарные частицы* под названием «**фундаментальные частицы»** (или *субчастицы*). Таким образом, к настоящему времени, на роль «настоящих» или « истинных» элементарных частиц претендуют фундаментальные частицы.

Вполне возможно, что структурных уровней материй бесконечно много и нам еще предстоит открыть более мелкие, истинно элементарные частицы. Хотя, с другой стороны, может оказаться и так, что сами слова «состоит из…» на какой-то стадии изучения материи потеряют всякий смысл.

Некоторые свойства основных частиц отражены в таблице, где указаны лишь масса частиц (в электронных массах), электрический заряд (в единицах элементарного заряда, т.е. заряда электрона) и среднее время жизни частицы. Там же, в скобках, указано общее число частиц и античастиц данной группы.

Более подробная классификация частиц приведена в конце лекции.

## Классификация частиц

| АДРОНЫ (~400) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Группа | Название | Символ | Электр. заряд | Масса | Время жизни (с) |
| Мезоны | Пионы,<br>Каоны и др. | $\pi^0\ \pi^+\ \pi^-$<br>$K^0\ K^+\ K^-$ | 0, ±1<br>0, ±1 | ~270<br>~1000 | $10^{-16}\div10^{-8}$<br>$10^{-10}\div10^{-8}$ |
| Барионы | *Нуклоны*<br>Протон<br>Нейтрон | <br>$p$<br>$n$ | <br>+1<br>0 | <br>1836,2<br>1838,7 | <br>∞<br>918, ∞ |
| | *Гипероны*<br>Лябда-<br>Сигма-<br>Кси-<br>Омега-<br>и др. | <br>$\Lambda^0$<br>$\Sigma^0,\Sigma^+,\Sigma^-$<br>$\Xi^0,\ \Xi^-$<br>$\Omega^-$ | <br>0<br>0, ±1<br>0,-1<br>-1 | <br>~2200<br>~2300<br>~2500<br>~3300 | <br>$\sim10^{-10}$<br>$\sim10^{-10}$<br>$\sim10^{-10}$<br>$\sim10^{-10}$ |
| **ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ (61)** | | | | | |
| Переносчики Фундаментальных Взаимодействия (13) | Фотон | $\gamma$ | 0 | 0 | ∞ |
| | Промежуточные Бозоны (3) | $W^+,W^-$<br>$Z^0$ | ±1<br>0 | $\sim18\cdot10^4$ | $\sim10^{-25}$ |
| | Глюоны (8) | $g$ | 0 | 0 | ∞ |
| | Гравитон (пока не обнаружен) | $G$ | 0 | 0 | ∞ |
| Лептоны (12) | электрон | $e^-$ | -1 | 1 | ∞ |
| | Электронное Нейтрино | $\nu_e$ | 0 | 0 (?) | ∞ |
| | Мюон | $\mu^-$ | -1 | ~200 | $\sim10^{-10}$ |
| | Мюонное нейтрино | $\nu_\mu$ | 0 | 0 (?) | ∞ |
| | Таон | $\tau^-$ | -1 | ~3500 | $\sim10^{-13}$ |
| | Таонное нейтриono | $\nu_\tau$ | 0 | ? | ? |
| КВАРКИ (36) | | | | | |
| А Р О М А Т | верхний (up) | $u$ | +2/3 | Каждому аромату присущ еще и три цвета | |
| | нижний (down) | $d$ | -1/3 | | |
| | странный (strange) | $s$ | -1/3 | | |
| | очарованный (charm) | $c$ | +2/3 | | |
| | прелестный (beauty) | $b$ | -1/3 | | |
| | истинный (truth) | $t$ | +2/3 | | |

Основные свойства частиц:

- Кроме фотона, глюонов, и различных нейтрино[21] с нулевой массой покоя, все остальные частицы имеют значения для массы покоя от нескольких сотен до нескольких сотен тысяч (в единицах массы покоя электрона, $m_e$=1).
- Все частицы, существующие в свободном состоянии, или нейтральны или имеют элементарный электрический заряд, равный заряду электрона (±1)[22]. Что касается кварков с дробными зарядами ±1/3 или ±2/3, то они в свободном состоянии не наблюдаются (см. далее).
- Большинство частиц неустойчиво и имеет очень малое время жизни (~$10^{-6}$÷$10^{-13}$с). Кроме того, существует большое количество элементарных частиц (так называемые **резонансы**), у которых время жизни крайне мало (меньше чем $10^{-23}$с; они не отражены в таблице).
- Практически у каждой частицы имеется **античастица**, обычно обозначаемая тем же символом, но с добавлением тильды (˜) над ним. **Античастица, это частица, равная по массе, величине заряда (для заряженных частиц) и спину, но противоположная по знаку заряда ($e^-$, $e^+$, $p$, $\tilde{p}$) или по знаку собственного магнитного момента ($n$, $\tilde{n}$).** Примером частицы и античастицы являются электрон и **позитрон** (антиэлектрон), протон и антипротон, нейтрон и антинейтрон и т. п. Исключение составляют так называемые **истинно нейтральные** частицы (например, фотон), которые не имеют античастиц. Массы, время жизни частицы и античастицы одинаковы, а заряды равны по модулю, но противоположны по знаку[23]. (в таблице античастицы не указаны). При столкновении частицы со своей античастицей, обе они перестают существовать как таковые, **превращаясь** в другие частицы, например, в фотоны. Этот процесс называется **аннигиляцией** («уничтожение»), хотя, разумеется, никакого уничтожения материи тут нет, а происходит превращения одного вида материи в другой, с соблюдением всех законов сохранения[24].
- Все элементарные частицы **превращаются** друг в друга, и эти взаимные превращения – главный факт их существования. При этом, образующиеся частицы не входят в состав исходных частиц, а **рождаются** непосредственно в процессе их соударений или распадов. Именно в та-

---

[21] Строго говоря, масса покоя нейтрино может быть отлична от нуля. Например, для электронного нейтрино предполагают, что она меньше, чем $10^{-4}m_e$ , но пока не удается зарегистрировать такое малое значение массы.

[22] Открытие частицы с двойным элементарным зарядом (±2$e$) произошло сравнительно недавно, поэтому этот факт в некоторых книгах еще не отражен.

[23] Более строгое определение: некоторые характеристики частиц и античастиц одинаковы, а некоторые отличаются только по знаку.

[24] В этой связи может возникнуть вопрос: почему не превращаются в фотоны все электроны и протоны, образующие атомы вещества? Этого не происходит только потому, что в Галактике число античастиц (позитронов, антипротонов и т.д.) крайне мало по сравнению с числом частиц. Возможно, что где-то существуют галактики, в основном состоящих из антивеществ, и в которых атомы вещества (точнее говоря, антивещества) построены из античастиц (позитронов, антипротонов и антинейтронов).

ких процессах **взаимопревращений** и **открывают** ранее неизвестные частицы.

Среднее время жизни частиц служит мерой стабильности частицы, поэтому можно утверждать, что **электрон, протон, фотон и нейтрино абсолютно стабильны;** их время жизни не ограничено ($t=\infty$; во всяком случае, их распады экспериментально не зарегистрированы)[25]. Что касается **нейтрона**, то он **абсолютно стабилен в ядре атома**, но в свободном состоянии в среднем распадается в течение 15 мин.

Обилие адронов и затруднение их классификации послужили поводом для появления гипотезы о кварках (независимо друг от друга М. Гелл-Манн и Дж. Цвейг, 1964г.). Первоначально сложную структуру известных к тому времени адронов объяснили существованием всего трех типов (*ароматов*) кварков, которые обозначали буквами *u, d, s* от английских слов *"up" –вверх, "down"-вниз,* и *"strenge"-странный.* Впоследствии, к этим трем ароматам кварков добавились еще три, с обозначениями *c, b, t* (от слов *"charmed"-очарованный, "beauty"-прелестный,* и *"truth"- истинный*). Каждому типу кварков приписывается еще и три цвета, так что общее количество кварков, со своими антикварками, в данный момент достигает 36. Кварки и антикварки имеют дробные электрические заряды ±1/3 или ±2/3 (в единицах *e*), но в адронах всегда сочетаются таким образом, что их суммарный заряд равняется или 0, или ±1 (±2). Сейчас уже доказано, что мезоны состоят из двух кварков и антикварков, а барионы – из трех. Более того, на основе теории кварков

---

[25] То, что фотон и электрон стабильны и не распадаются, понятно: нет более мелких частиц, на которых они могут превратиться. Тем более, что распаду электрона препятствует и закон сохранения электрических зарядов. Для протона существует много потенциальных каналов распада (например, на пион и нейтрино), но, тем не менее, он очень стабильная частица. Его время жизни $t_p$ заведомо превышает $10^{15}$ лет, что уже на пять порядков превышает время существования Вселенной $10^{10}$ лет. Об этом очевидном факте свидетельствует наше существование. В человеческом теле ~$10^{29}$ протонов. Если время $t_p$ было бы меньше $10^{15}$ лет, то за год распадалось бы более $10^{14}$ протонов. Ионизации, произведенной этими распадами, было бы вполне достаточно для уничтожения всех сколько-нибудь крупных живых существ, и, разумеется, человеческого рода. Время $t_p$ ~$10^{15}$ лет − огромный масштаб, даже сравнительно с временем существования Вселенной. Поэтому естественно было полагать, что протон − абсолютно стабильная частица. С другой стороны, весь опыт развития науки давал веское основание для утверждения: все, что не запрещено, должно осуществляется в природе. Поэтому не понятно, почему не распадается протон? Чтобы совместить факт такой стабильности протона с правилом «все, что может происходить в мире элементарных частиц, происходит», придумали *post factum закон сохранения* ***барионного заряда***, приписывая всем барионам (в том числе и протону) барионное число +1, а антибарионам −1. По этому закону во всех реакциях и превращениях элементарных частиц барионный заряд должен сохранятся. Тогда этот запрет просто «объяснял» стабильность протона. Его барионный заряд (число) равен +1, а такой заряд всех более легких частиц равен нулю. Например, в реакции $p \rightarrow \pi^+ + \nu$ барионный заряд в левой части равен +1, а в правой − нулю, значит такой распад (а также другие аналогичные реакции) невозможен.

Закон сохранения барионного заряда был введен по аналогии с законом сохранения электрического заряда. Но электрический заряд, помимо того, что он сохраняющаяся величина, несет и другую важную функцию. Электрический заряд − количественная мера электромагнитного взаимодействия. Барионный заряд эту функцию не выполняет. С большой степенью точности на опыте удалось показать непричастность барионного заряда к дальнодействующим взаимодействиям. Сомнения в отношении закона сохранения барионного заряда привели к тому, что проводились специальные эксперименты для определения $t_p$. Так, в начале 70-х годов было получено, что $t_p \geq 10^{29}$*лет.*

Ситуация коренным образом изменилось, когда в рамках *теории большого объединения* (теория, которая с единой точкой зрения объясняет электромагнитные, сильные и слабые взаимодействия), получили теоретические оценки для $t_p=10^{31\pm2}$*лет.* По последним данным (1983г.) $t_p>10^{31}$*лет.* Таким образом, уточнение $t_p$ может служить еще одним доказательством правильности теории большого объединения.

были предсказано существование более тяжелых частиц (с массами нескольких масс нуклона), которые состоят из четырех кварков.

Экспериментальные данные четко указывают на реальное существование кварков внутри адронов, но все попытки наблюдать кварки в свободном состоянии оказались безуспешными. Это привело к выводу, что кварки могут существовать только внутри адронов и в принципе не могут наблюдаться в свободном состоянии. Такое поведение кварков объясняется необычными силами взаимодействиями между ними. При малых расстояниях эти силы крайне малы, так что кварки оказываются практически свободными (например, внутри адронов). Однако с увеличением расстояний между кварками силы взаимодействия кварков друг с другом очень быстро растут, не позволяя им вылететь из адронов.

Идея кварков оказалась весьма плодотворной: она позволила не только систематизировать уже известные частицы, предсказать целый ряд новых, объяснить многие свойства частиц, но и связать между собой различные процессы.

Теория элементарных и фундаментальных частиц в настоящее время не завершена и продолжается активно разрабатываться.

Вид статистики, которой подчиняется те или иные микрочастицы, обусловливает характер распределение их по состояниям, например, по энергетическим уровням.

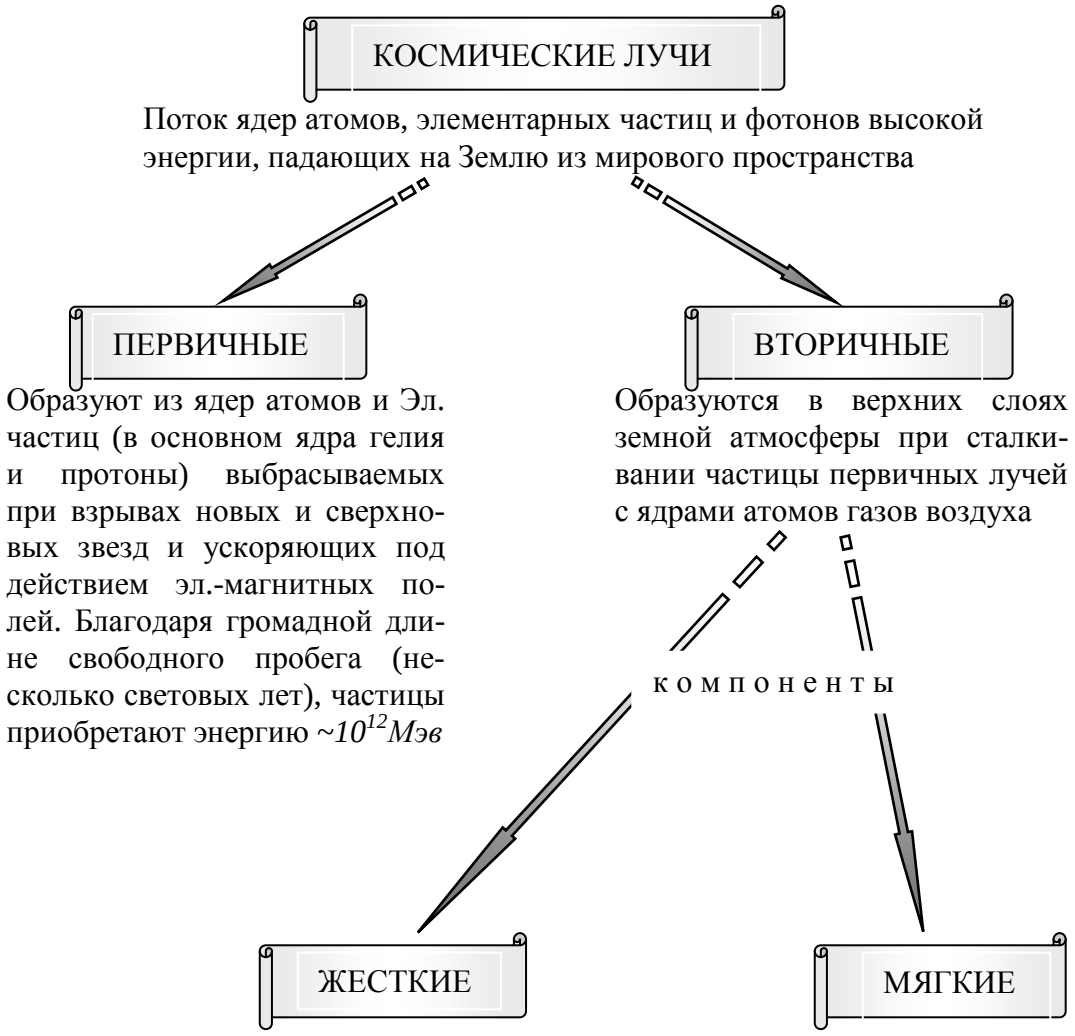
В квантовой механике используется 2 вида статистики: *Ферми-Дирака* и *Бозе-Эйнштейна*, применение которых обусловлено величиной спина частиц. Статистике *Ферми-Дирака* подчиняются частицы с полуцелым спином (т.е. спин которых равен нечетному числу $\hbar/2$), а статистике *Бозе-Эйнштейна*- частицы с нулевым или целочисленным спином.

Распределение *Ферми-Дирака*, основанно на правиле *Паули*, согласно которому в данной системе не может быть двух тождественных частиц, находящихся одновременно в одинаковых квантовых состояниях. Такое распределение можно видеть на примере распределение по энергетическом уровням электронов в атоме или валентных электронов в металле; на каждом уровне находится 2 электрона. Распределение *Бозе-Эйнштейна* основано на применении теории вероятностей к системе квантовых объектов, подобной идеальному газу. При этом, например, распределение микрочастиц по энергетическим уровням происходит по экспоненциальной зависимости; там нет ограничении Паули, и в одинаковом квантовом состоянии может находиться неограниченное число частиц.

У мезонов спин равен нулю, поэтому они починяются статистике Боз-Эйнштейна и их называют *Бозонами* (к бозонам относится также и фотон со спином равным *1*). Барионы имеют спин, равный ½, и являются *фермионами*.

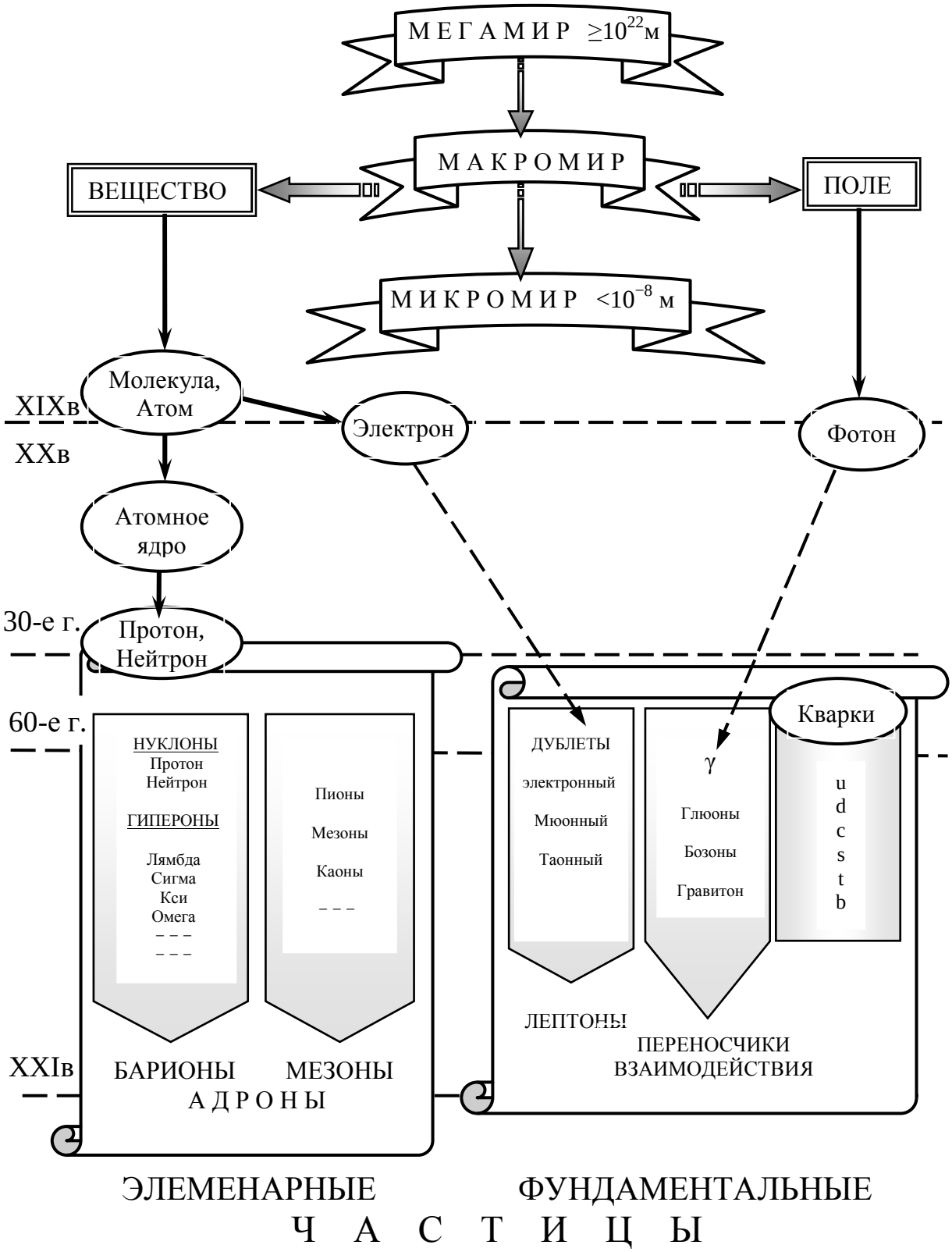
Для одной и той же частицы возможны *несколько вариантов распада*. При распаде, взаимопревращениях или взаимодействиях элементарных частиц соблюдаются законы сохранения, которые и обусловливают возможность соответствующих превращений. Во время *сильных взаимодействиях* − это за-

коны сохранения *энергии*, *импульса*, *полного момента импульса* (включая *орбитальный момент* и *спин*), а также *электрического заряда* и заряда по отдельным классам частиц (иногда их называют не зарядами, а числами: *лептонный*, *мезонный*, *барионный*). Существует еще и три специфических характеристик элементарных частиц: 1) изотопический спин, 2) четность, 3) странность, которые *не сохраняются* во время *слабых взаимодействиях*.



# Э Л Е М Е Н Т А Р Н Ы Е  Ч А С Т И Ц Ы

ЭВОЛЮЦИЯ ТЕРМИНА — Элементарные частицы − микрочастицы. которым на современном уровне знании не приписывают определенную внутреннюю структуру, т.е. нельзя представить их состоящими из каких-либо других частиц



## *§3.7. Волновые свойства микрочастиц*

Из универсального закона взаимосвязи массы и энергии вытекает, что энергия $E$ и масса $m_ф$ фотона связаны соотношением: $E= m_ф \cdot c^2$.

Так как фотон обладает энергией $E=h\nu$, то его масса $m_ф = \frac{h\nu}{c^2}$.

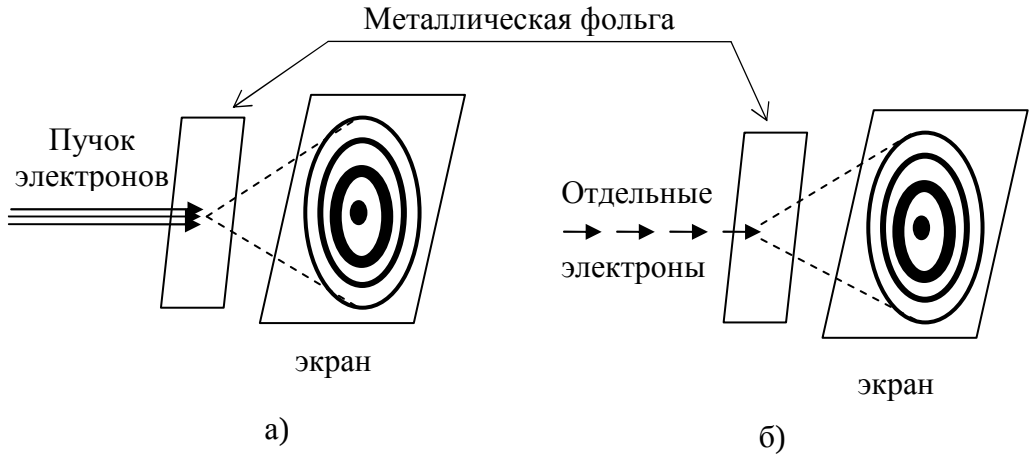
Поставив это выражения массы в формулу импульса фотона, получаем, что импульс фотона $p_ф = m_ф \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, отсюда $\lambda = \frac{h}{m_ф \cdot c}$.

Луи де Брайль в 1924 году пришел к выводу, что корпускулярно-волновой дуализм присущ не только излучению и световым фотонам, но и материальным частицам, то есть любая движущаяся частица вещества должна, как квант излучения – фотон, обладать и волновыми свойствами. Для длин волн микрочастиц, он предлагал выражение, аналогичное для фотона, т.е. любой частице, обладающей импульсом $p=m\upsilon$, свойственна длина волны:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon} \quad (\textit{формула де Бройля}),$$

где $\lambda$ - **длина волны де Бройля**, $h$=6,625·10$^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Предсказанные де Бройлем волновые свойства частиц впоследствии были обнаружены экспериментально при наблюдении дифракции электронов и других частиц на кристаллах (опыты Дэвиссона-Джермера в 1927г.). Более того, было доказано, что **волновые свойства частиц не являются свойствами их коллектива, а присущи каждой частице в отдельности.** Проходя через металлическую фольгу, и пучок электронов, и идущие друг за другом отдельные электроны, показывают схожую дифракционную картину.




В связи с этим возникал вопрос; почему раньше в макромире не обнаружились волны де Бройля? Простые расчеты показывают, что, например, частице с $m=1мг$ и $\upsilon=1м/с$, соответствует волна де Бройля с $\lambda$=6·10$^{-28}$*м*, которая невозможно обнаружить т.к. в природе не существуют периодические структуры с периодом 10$^{-28}$м. Для микрочастиц с маленькими массами и с боль-

шими скоростями, $\lambda$ становится сравнима или больше решетки кристалла ($10^{-8}$*см*) и уже можно наблюдать их волновые свойства, например, дифракцию электрона на кристаллическую решетку. Поэтому можно считать (как это и делается в классической механике), что макроскопические тела не обладают волновыми свойствами.

Рассчитав по формуле де Бройля длину волны $\lambda$, соответствующую электронным лучам, используемым в электронном микроскопе (при скорости $v$=1,4·$10^8$ м/с и массе электрона $m$=9,1·$10^{-31}$кг), получаем $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-12}$ м. Эта длина электронной волны в электронном микроскопе приблизительно в 100 000 раз меньше средней длины волны видимого света (~5·$10^{-7}$м). Этим и обусловлена большая разрешающая способность электронного микроскопа по сравнению с оптическим микроскопом. (Разрешающая способность оптического микроскопа ~3·$10^{-7}$м, а у современных электронных микроскопов -5·$10^{-10}$м, что позволяет в таких микроскопах рассматривать даже отдельные атомы и молекулы.)

Существование волн де Бройля позволяет истолковать корпускулярно - волновой дуализм света в более широком смысле: **двойственная природа присуща не только свету, но всем микрочастицам!** Микрообъекты существенно (качественно) отличаются от привычных для нас объектов макромира. Для частиц или тел макромира такая двойственная природа невозможно представить. Частица макромира занимает ограниченную область пространства и движется по определенной траектории (или покоится); волна же распределена в пространстве непрерывно и ее энергия передается всем точкам пространства. Сочетая в себе свойства частицы и волны, микротела «не ведут себя **ни как волны, ни как частицы**…». Отличие микрочастицы от волны заключается в том, что она всегда обнаруживается как неделимое целое (никто никогда не наблюдал, например, полэлектрона). В то же время волну можно разделить на части (например, направив световую волну на полупрозрачное зеркало) и воспринимать затем каждую часть в отдельности.

Представление о двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества углубляется еще тем, что на частицы вещества переносится связь между полной энергией частицы $\boldsymbol{\varepsilon}$ и частотой $\boldsymbol{\nu}$ волны де Бройля:

$$\boldsymbol{\varepsilon = h\,\nu.}$$

Это свидетельствует о том, что соотношение между энергией и частотой в этой формуле имеет характер универсального соотношения, справедливого как для фотонов, так и для любых других микрочастиц.

Делались попытки корпускульярно-волновой дуализм объяснить моделями, где частицы рассматривались как **«узкие» волновые пакеты**, «составленные» из волн де Бройля. Это позволило, как бы отойти от двойственности свойств частиц. Такая гипотеза соответствовала локализации частицы в данный момент времени в определенной ограниченной области пространства. Тем более, что скорость распространения центра такого пакета (групповая скорость) оказалась равной скорости частиц. Однако подобное представление частицы в виде волнового пакета (группы волн де Бройля) оказалось несо-

стоятельным из-за **сильной дисперсии** волн де Бройля. Т.к. скорость волн де Бройля зависит от длины волны, дисперсия приводила к «**быстрому расплыванию**» (примерно за $10^{-26}$с) волнового пакета или даже разделению его на несколько пакетов.

По словам академика Фока; «для атомного объекта (микрочастицы) существует *потенциальная возможность* проявлять себя, в зависимости от внешних условий, либо как *волна*, либо как *частица*, либо промежуточным образом. Именно в этой *потенциальной возможности* различных проявлений свойств, присущих микрообъекту, и состоит **дуализм волна-частица**. Всякое иное, более буквальное, понимание этого дуализма в виде какой-нибудь модели (классической) неправильно».

### *§3.9. Соотношение неопределенности Гейзенберга*

Из корпускулярно – волнового дуализма следует, что применение к объектам микромира понятий классической механики (физики) не всегда правомерно и должно иметь некоторые ограничение. В классической механике всякая частица движется по определенной траектории, так что в любой момент времени точно фиксированы ее координаты и импульс. Микрочастицы из-за наличия у них волновых свойств существенно отличаются от классических частиц. Одно из основных различий заключается в том, что нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомерно говорить об одновременных точных значениях ее координаты и импульса: понятие «*длина волны в данной точке*» лишено физического смысла. Поскольку импульс выражается через длину волны, то отсюда следует, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. И наоборот, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то ее импульс является полностью неопределенным.

В.Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 г. к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперед заданной точностью характеризовать и координатой и импульсом. Согласно **соотношению неопределенностей Гейзенберга**, микрочастица не может иметь одновременно и определенную координату ($x$, $y$, $z$), и определенную соответствующую проекцию импульса ($p_x$, $p_y$, $p_z$), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h,$$

т.е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка $h$ ($h$ - постоянная Планка).

Для микрочастиц не существуют состояний, в которых ее координаты и импульс *одновременно* имели бы *точные значения*.

**Соотношение неопределенности является квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.**

Принцип неопределенности, отражая физическую реальность, доказывает вероятностный характер физических характеристик микрочастиц: ее координат, импульса, энергии и др..

Примеряя соотношение неопределенности к электрону в атоме водорода, получаем, что его неопределенность скорости вращения вокруг ядра в несколько раз больше самой скорости, т.е. в данном случае нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории, иными словами, для описания движения электрона в атоме нельзя пользоваться законами классической физики. Поэтому понятие орбиты применяется к электрону только в *боровском* приближении, которое, кстати, в некоторых случаях давал вполне удовлетворительные результаты.

В квантовой механике представление о точных значениях координаты, мгновенной скорости микрочастицы, ее траектории (в классическом понимании) теряет смысл. Однако, законы сохранения импульса, энергии в квантовой механике выполняются строго.

В квантовой теории рассматриваются также **соотношение неопределенности** для **энергии *E*** и **времени *t*,** т.е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$, где $\Delta E$ - неопределенность энергии некоторого состояния системы, а $\Delta t$ - промежуток времени, в течение которого оно существует.

Это приводит к «размытию» спектральных линий, которое экспериментально наблюдается и при помощи которого можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии. Естественно, энергетическая «размытость» метастабильных уравнений гораздо меньше, т.к. время жизни, и соответственно $\Delta t$ на этих уровнях гораздо больше.

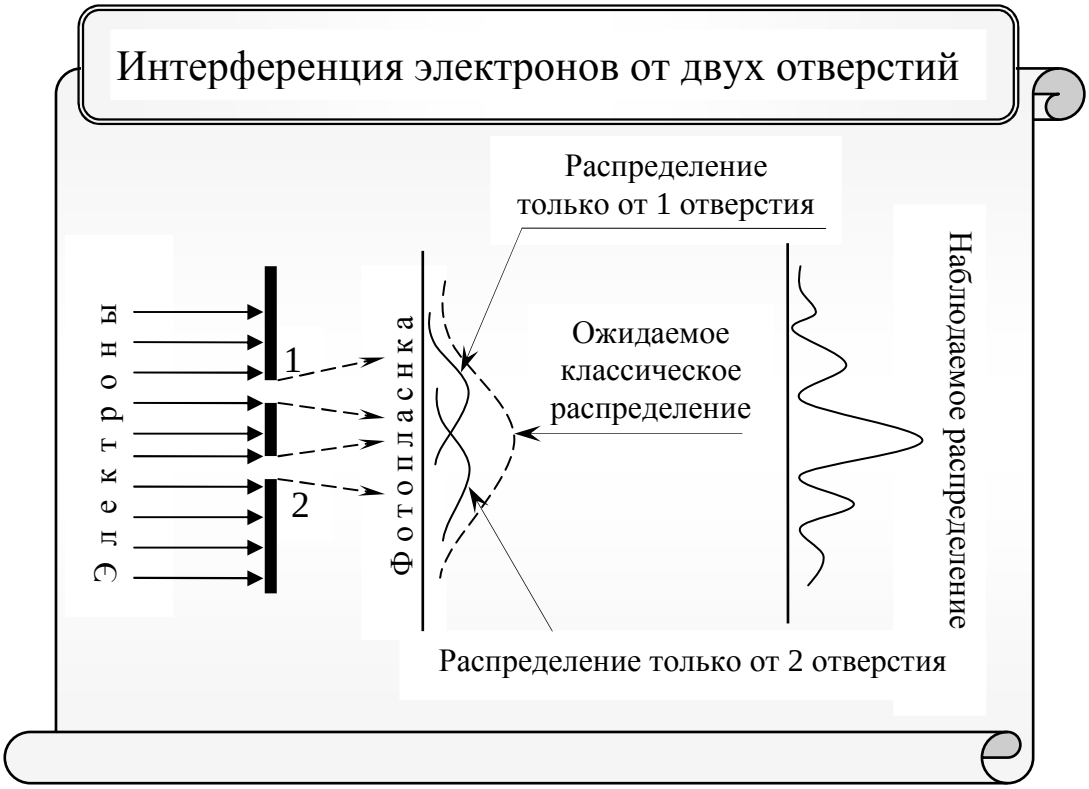
## *§3.10. Основы квантовой механики.*

Таким образом, стало очевидным, что между процессами, совершающимися в макро- и микромире, существует не только количественное, но и качественное различие. Поэтому законы классической физики, полученные из наблюдений над макрообъектами, не всегда пригодны для описания процессов, происходящих в микромире. Для них используют результаты квантовой механики, физическими основами которой являются с одной стороны дискретность процессов микромира (кванты и фотоны) и волновая природа микрочастиц (волны де Бройля).

При изучении квантовой физики определенные трудности составляют невозможность свести квантовые понятия и процессы к привычным представлениям и отсутствие в ряде случаев аналогий, столь облегчающих «понимание» изучаемого предмета. Иными словами, к сожалению, квантовая механика лишена наглядности, характерной для классической механики, и невозможно очевидными моделями представить или описать явления микромира.

Из корпускулярно – волнового дуализма микрочастицы вытекает, что результаты, которые получаются из эксперимента, можно истолковать, ис-

пользуя с одной стороны выводы квантовой теории, и, с другой стороны, рассматривая частицу как волну с длиной де Бройля. Например, при дифракции электронов, освещенность дифракционной картины можно вычислить как результат интерференции волн де Бройля от разных электронов. Тогда, согласно волновым представлениям, интенсивность дифракционной картины пропорциональна квадрату амплитуды волны. По представлениям квантовой теории, интенсивность определяется числом электронов, попадающих в данную точку дифракционной картины. Следовательно, число электронов в данной точке дифракционной картины задается квадратом амплитуды волны де Бройля. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. С другой стороны, интенсивность волн де Бройля оказывается больше там, где имеется большее число частиц, попавших в эту точку или, иными словами, где больше вероятность попадания электронов. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой частицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля наибольшая.




Таким образом, в волновой теории интенсивность прямо пропорционально квадрату амплитуды $A^2$, а согласно фотонной теории она прямо пропорционально числу фотонов $n$. Значит, $n \sim A^2$. Для одного фотона $A^2$ определяет вероятность попадания фотона в ту или иную точку. Этот пример показывает, что результаты квантовой теории имеют вероятностный характер и определяют вероятность того или иного события. Но волны де Бройля не могут играть роль волн вероятности, т.к. в каких то точках они имеют отрицательные значения. Для устранения этого Борн в 1926г. предположил, что по

волновому закону меняется не сама вероятность, а величина $\psi(x, y, z, t)$ − названная *амплитудой вероятности* или *волновой функцией*. Тогда вероятность $W \sim |\psi(x, y, z, t)|^2$.

Вероятность нахождения частицы в элементе объема $dV$: $dW = \sim|\psi|^2 dV$.

$|\psi|^2 = dW/dV$ − имеет смысл плотности вероятности.

Вероятность в объеме $V$: $W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV$

Нормировка $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1$

Таким образом, движение микрочастиц в квантовой механике описывается принципиально по–новому − с помощью **волновой функции ψ (*x, y, z, t*)** (пси - функция), которая является *основным носителем информации* об их корпускулярных и волновых свойств. Физический смысл имеет не сама ψ – функция, а квадрат ее модуля $|\psi|^2$, который характеризует **вероятность пребывания частиц в данный момент времени, в определенной точке пространства, в данном объеме.**

Необходимость вероятного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории.

Вид функции ψ (*x, y, z, t*) в каждом конкретном случае получается решением *волновой уравнения Шредингера (1926).*

Общее (основное) уравнение нерелятивистской квантовой механики, зависящим от времени:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U(x,y,z,t)\cdot\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

где $\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ − оператор Лапласа, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$,

$U$ − потенциальная энергия частицы в силовом поле.

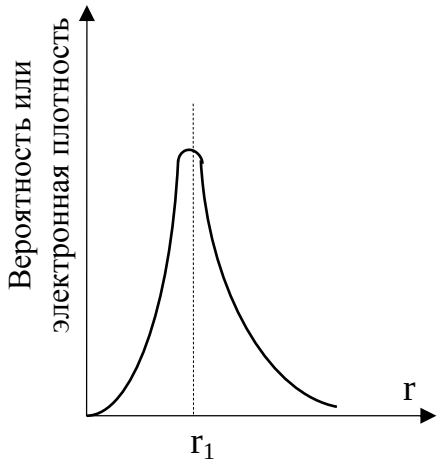
Уравнение Шредингера дополняется условиями, удовлетворяющие некоторые естественные требования к ψ − функции. ψ − функция должна быть:

- конечной, однозначной и непрерывной во всем пространстве;
- иметь непрерывные производные;
- $|\psi|^2$ должна быть интегрируемая: это приводит к ее нормировке $\int_0^{\infty} |\psi|^2 dV = 1$;

(вероятность нахождения частицы *где-либо* в пространстве достоверное событие и равняется единице).

Решение уравнения Шредингера, удовлетворяющие вышеуказанным требованиям (нахождение так называемых *собственных функции* $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n$), возможно только при дискретных значениях полной энергии системы $W$ ($W_1, W_2, \ldots, W_n$ - энергетических уровнях). Отсюда и квантование не только энергии, но и других физических величин. Тогда квантовые числа естественным образом вытекают из решения уравнения Шредингера, а не постулируется, как в компромиссной теории Бора. Хотя само уравнение (как и все основные уравнения физики – как, например, уравнения Максвелла или уравнения Ньютона) не выводится, а постулируется, его правильность подтверждалась

экспериментально. Уравнение Шредингера имеет бесчисленное множество решений, из которых посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл (более подробно в приложение).




Для электрона в атоме отдельная волновая функция определяет **орбиталь,** характеризуя распределение электронной плотности вокруг ядра (на рис. схематично показана зависимость вероятности обнаружения электрона от расстояния *r* до ядра). Максимум этой зависимости приходит на расстоянии $r_1 \approx 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ *м*, которое соответствует радиусу первой боровской орбиты. Следовательно, электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью на расстояниях, равных боровскому радиусу. Так как состояние электрона в этой орбитале сферически–симметричны, то электрон имеет наибольшую и одинаковую вероятность находиться *во всех точках сферы радиусом* $r_1$ и с центром в ядре атома. Поэтому под орбиталью понимают область пространства, где вероятность пребывания электрона велика (~ 90 %). Каждому состоянию электрона в атоме соответствует своя орбиталь с характерными очертаниями и ориентацией. Такие задачи решаются в квантовой химии.

Диаметры слоев у различных атомов различны. По мере увеличения заряда ядра диаметр внутренних слоев уменьшается (они как бы «подтягиваются» к ядру). Наружный слой – внешние размеры различных атомов ($\sim 10^{-10}$ *м*), меняется мало, благодаря экранизирующему действию внутренних слоев.

## Основная литература


1. Грабовский Р.И. Курс физики. 9-е изд. СПб.: Лань, 2006. 608с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. 6-е изд. М.: Высшая школа, 2000. 542с.


## Дополнительная литература


1. Мэрион Дж. Б. Общая физика с биологическими примерами. М.: Высшая школа,1986. 623с.
2. Мэрион Дж. Б. Физика и физический мир. М.: Мир, 1975. 623с.
3. Лаврова И.В. Курс Физики. М.: Просвещение, 1981. 256с.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. 2-е изд. М.: Высшая школа, 2000. 718с.
5. Яворский Б.М., Селезнев Ю.А.. Справочное руководство по физике. 3-е изд. М.: Наука, 1984. 383с.
6. Савельев И.В. Курс общей физики: В 5 кн. М.: Астрель, АСТ, 2002.
7. Агекян Т.А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков. М.: Наука, 1972.
8. Гаспарян Л.Г., Коновалец Л.С. Физический лабораторный практикум, рабочие тетради Н.Новгород: НГПУ, 2010.

## Контрольные вопросы по физике 2010г. (ЕГФ)

(Грабовский Р.И. Курс физики, «Лань»,2006г.)

1. **Кинематика материальной точки.** Равномерное, неравномерное, прямолинейное, криволинейное и вращательное движение. Скорость и ускорение (тангенциальное и нормальное ускорение)(**часть I**, §4,5). Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения (§6).
2. **Динамика материальной точки.** 3 закона Ньютона. Инерциальная система отсчета. Масса и сила. Импульс тела. Закон сохранения импульса (§7-9,14).
3. **Закон всемирного тяготения.** Сила тяжести. Вес тела. Невесомость. (§12,15).
4. **Энергия, Механическая работа. Мощность.** Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения энергии (§16-18).
5. **Динамика вращательного движения.** Момент инерции, момент силы и момент импульса. Закон сохранения момента импульса (§21-23).
6. **Колебания и волны.** Гармонические колебания и их характеристики: амплитуда, фаза, начальная фаза, частота, период (§27). Физический и математический маятник (§30). Кинетическая, потенциальная, механическая энергия колеблющейся точки. Уравнение волны (§32,33).
7. Элементы специальной (частной) теории относительности и границы применимости законов классической механики (§20, часть II §52).
8. **Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов.** Опытные законы Бойля–Мариотта и Гей-Люссака. Уравнение состояния идеального газа. Универсальная газовая постоянная (§37-41).
9. **Уравнение состояния реальных газов.** Изотермы Ван-дер-Ваальса. Экспериментальные изотермы реального газа (§65,66).
10. **Основы термодинамики.**I и II начало термодинамики. Энтропия. (§71-75).
11. **Закон Кулона.** Электрический заряд и их взаимодействия. Закон сохранения заряда (**часть II**, §1,2).
12. **Электрическое поле**. Напряжённость электрического поля. Силовые линии, принцип суперпозиции (§2). Потенциал электрического поля, эквипотенциальные поверхности, принцип суперпозиции для потенциалов. Связь между напряженностью и потенциалом (§5). Примеры.
13. **Электрический диполь**, его поведение в однородном и неоднородном электрическом поле (§3, лекция). **Движение заряженных частиц в электрическом поле** (§31)**.**
14. **Вещество в электрическом поле** (проводники, диэлектрики, полупроводники) (§7,8). **Диэлектрическая проницаемость** (§9).
15. **Электроёмкость,** конденсаторы (§7,10)**.**
16. **Постоянный электрический ток.** Сила, плотность и ЭДС тока. Закон Ома Проводимость и сопротивление проводника (§11,12).
17. **Закон Джоуля – Ленца. Мощность электрического тока** (§12)**.**
18. **Магнитное поле.** Вектор магнитной индукции, силовые линии, примеры. Вещество в магнитном поле (диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики) (§24-26,29).
19. **Закон Ампера**, рамка с током в магнитном поле (§30)**. Сила Лоренца,** правила левой руки, движение заряженных частиц в магнитном поле (§31).

20. **Электромагнитная индукция.** Закон Фарадея – Ленца, вихревые электрические поля. Самоиндукция, Индуктивность (§33,34).
21. Уравнение Максвелла, основные понятия и выводы (§35). Электромагнитные волны, их шкала. Колебательный контур (§40-43).
22. **Законы отражения и преломления света, полное отражение** (§44,45).
23. **Призма**, ход лучей в призме, формула призмы (стр.434).
24. **Линзы,** формула тонкой линзы, построение изображения через линзу (§47).
25. **Оптические системы** (глаз, фотоаппарат, микроскоп и др.) (§47,48)
26. **Интерференция,** условия максимума и минимума света, интерференция света в тонких плёнках. Кольцо Ньютона (§34,51,53).
27. **Дифракция света,** условия дифракционных минимумов и максимумов, дифракционная решётка (§54,55).
28. **Принцип Гюйгенса и Гюйгенса – Френеля** (§35,).
29. **Дисперсия света** (§46).
30. **Поляризация света,** закон Малюса, поляризация света при отражении и преломлении, закон Брюстера (§58,59).
31. **Спектральный анализ.** Спектры (непрерывные, линейчатые, поглощательные, эмиссионные), запрещённые линии (§46,55).
32. **Тепловое излучение и его характеристики**, закон Кирхгофа (§61).
33. Излучение абсолютно чёрного тела, законы Стефана – Больцмана и смещения Вина. Формула Планка (§62).
34. **Фотоэффект**. Законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна (§68,69).
35. **Строение атома,** модели Томсона, Резерфорда (опыты Резерфорда), Бора, квантовая теория атома (§63,64,65).
36. **Основы квантовой теории,** волновая функция и уравнение Шредингера. Принцип неопределённости Гейзенберга (часть I, §20, лекция).
37. **Волновые свойства микрочастиц,** волны де Бройля (§57,).
38. **Радиоактивное излучение** ($\alpha-, \beta-, \gamma-$ лучи), закон радиоактивного распада (§71).
39. **Ядерная физика**. Строение атомного ядра. Ядерные реакции (§70,73-76).
40. **Элементарные частицы** (§77).
41. **Строение атома и таблица Менделеева** (§65).